

1925

FEB 26 1925

Nr. 1

ANNALEN
DER
PHYSIK

GEGRÜNDET 1799 DURCH F. A. C. GREN
UND FORTGEFÜHRT DURCH L. W. GILBERT,
J. C. POGGENDORF, G. u. E. WIEDEMANN,
P. DRUDE

VIERTE FOLGE
BAND 76 HEFT 1
DER GANZEN REIHE 381. BANDES 1. HEFT

KURATORIUM:
M. PLANCK, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK



LEIPZIG

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Im Jahre 1925 erscheinen Bd. 76, 77 u. 78 à 8 Hefte.

Preis pro Band Rm. 20.— zuzüglich Porto.

Ausgegeben im Januar 1925.

Inhalt.

	Seite
1. Robert Döpel. Elektromagnetische Analyse von Kanalstrahlen	1
2. Richard Gans. Strahlungsdiagramme ultramikroskopischer Teilchen	29
3. J. Friese und E. Waetzmann. Bemerkung zu der Arbeit des Hrn. Arthur v. Hippel: „Die Theorie des Thermomikrophons“.	39
4. Gleb Wataghin. Über einige Periodizitätseigenschaften von mechanischen Systemen und Quantentheorie	41
5. A. Stäger: Experimentaluntersuchungen über Kontaktelektrisierung von staub- und wolkenförmig zerteilten Körpern, speziell von Schnee als gewitterbildendem Faktor	49
6. K. F. Herzfeld und L. Wolf. Prüfung der klassischen Dispersionsformel an einatomigen Gasen und Dämpfen	71
7. Walther Gerlach. Atomstrahlen. Zur Nomenklatur	106

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: München, Leopoldstraße 91.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft können die Annalen zu einem Vorzugspreis beziehen.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.



ANNALEN DER PHYSIK

GEGRÜNDET 1799 DURCH F. A. C. GREN
UND FORTGEFÜHRT DURCH L. W. GILBERT,
J. G. POGGENDORFF, G. u. E. WIEDEMANN,
P. DRUDE

VIERTE FOLGE

BAND 76
DER GANZEN REIHE 380. BAND

KURATORIUM:
M. PLANCK, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK

MIT ELF TAFELN UND
DEM BILDNIS VON F. PASCHEN



I 9 2 5

LEIPZIG · VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH

ANNALS

PHYSIK

OF THE
ROYAL SOCIETY OF LONDON

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.

Bile

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.

Gen.
Harr.

Inhalt.

Vierte Folge. Band 76.

Erstes Heft.

	Seite
1. Robert Döpel. Elektromagnetische Analyse von Kanalstrahlen	1
2. Richard Gans. Strahlungsdiagramme ultramikroskopischer Teilchen	29
3. J. Friese und E. Waetzmänn. Bemerkung zu der Arbeit des Hrn. Arthur v. Hippel: „Die Theorie des Thermomikrophons“.	39
4. Gleb Wataghin. Über einige Periodizitätseigenschaften von mechanischen Systemen und Quantentheorie	41
5. A. Stäger. Experimentaluntersuchungen über Kontaktelektrisierung von staub- und wolkenförmig zerteilten Körpern, speziell von Schnee als gewitterbildendem Faktor	49
6. K. F. Herzfeld und K. L. Wolf. Prüfung der klassischen Dispersionsformel an einatomigen Gasen und Dämpfen . . .	71
7. Walther Gerlach. Atomstrahlen. Zur Nomenklatur . . .	106

Ausgegeben im Januar 1925.

Zweites und drittes Heft.

Bildnis von Friedrich Paschen.

1. W. Wien. Über das Leuchten der Kanalstrahlen bei hohen Drucken und die Frage der Verweilzeit. (Hierzu Tafel I) . .	109
2. K. W. Meißner. Absorption in angeregtem Neon. (Hierzu Tafel II)	124
3. G. v. Salis. Die ersten Funkenspektren von Zink und Cadmium. (Hierzu Tafel III)	145
4. Walther Gerlach. Über die Richtungsquantelung im Magnetfeld II. Experimentelle Untersuchungen über das Verhalten normaler Atome unter magnetischer Kraftwirkung. (Hierzu Tafel IV und V)	163
5. P. Gmelin. Über einige Anwendungen von Thermoelementen in der Meßtechnik der chemischen Großindustrie	193
6. M. Born und J. Franck. Bemerkungen über die Dissipation der Reaktionswärme	225

	Seite
7. Kurt Zuber. Über die Verzögerungszeit bei der Funkenentladung	231
8. M. v. Laue. Bemerkung zu K. Zubers Messung der Verzögerungszeiten bei der Funkenentladung	261
9. C. Runge. Zum Paschen-Backeffekt	266
10. A. Landé. Zeemaneffekt bei Multipletts höherer Stufe	273
11. A. Sommerfeld. Über die Intensität der Röntgenlinien	284
12. Hermann Schüler. Über Feinstrukturen im ersten Li-Funkenspektrum	292
13. E. Fues. Bemerkungen zum spektroskopischen Verschiebungssatz. I	299
14. E. Back. Über den Zeemaneffekt des Neon	317

Ausgegeben im Januar 1925.

Viertes Heft.

1. Yü Chen Yang. Über Messungen im Millikankondensator	338
2. R. Glocker und W. Frohn Mayer. Über die röntgenspektroskopische Bestimmung des Gewichtsanteiles eines Elementes in Gemengen und Verbindungen	369
3. Irmgard Eisele. Über die Abhängigkeit des Brechungsindex einiger organischer Flüssigkeiten vom Druck	396
4. W. Geiss. Dichtebestimmungen an Steinsalzkristallen	408
5. R. Berthold. Über die photographische und ionisierende Wirkung von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge	409
6. Siegbert Wiesner. Zur Kenntnis der spezifischen Wärmen	439
7. H. J. Spanner. Nachtrag zur Arbeit: „Über die thermische Emission elektrisch geladener Teilchen“	444

Ausgegeben im Februar 1925.

Fünftes Heft.

1. C. H. Johansson. Die thermische Ausdehnung einiger binären Mischkristallreihen	445
2. H. Lange. Eine einfache Röntgenapparatur für Kristallpulveruntersuchung nach Seemann und Bohlin zur Erreichung hoher Auflösung bei kurzer Belichtungszeit, (Hierzu Tafel VI.)	455
3. H. Lange. Röntgenspektroskopische Untersuchung einiger Metallegierungen mittels der Methode von Seemann-Bohlin. (Hierzu Tafel VII.)	478
4. Wilhelm Busse. Über wasserfallelektrische Trägerbildung bei reinem Wasser und Salzlösungen und über deren Oberflächenbeschaffenheit	498
5. E. Waelsch. Rechnung mit Polsystemen; Kristallgruppen und Kristalldynamik. (Hierzu Tafel VIII.)	594

Ausgegeben im April 1925.

Sechstes Heft.

	Seite
1. L. Janicki. Über die Balmerreihe des Wasserstoffs. (Hierzu Tafel IX.)	561
2. K. F. Herzfeld und K. L. Wolf. Berichtigung zu der Arbeit: „Prüfung der klassischen Dispersionsformel an einatomigen Gasen und Dämpfen“	567
3. Karl Schmidt. Über die Bestimmung der Kompressibilität einiger organischer Flüssigkeiten	571
4. Arthur v. Hippel. Experimentelle Untersuchung des Thermomikrophones	590
5. M. v. Laue. Zum Prinzip der mechanischen Transformierbarkeit (Adiabatenhypothese).	619
6. Sophie Taubes. Über die Bestimmung der langwelligen Grenze des lichtelektrischen Effektes an Quecksilber	629

Ausgegeben im April 1925.

Siebentes Heft.

1. E. Gehrcke und E. Lau. Über das Wasserstoffspektrum. (Hierzu Tafel X)	673
2. George Jaffé. Zur statistischen Mechanik nicht-ergodischer Systeme	680
3. E. Bungartz. Beitrag zur Kenntnis des Sauerstoff- und Schwefelspektrums	709
4. Walther Deutsch. Spitzenentladung und elektrischer Wind. (Hierzu Tafel XI).	729
5. Erich Marx. Elektrizitätsleitung, Ladungszahl, Beweglichkeit und thermische Ionisation in Flammgasen	737

Ausgegeben im Mai 1925.

Achtes Heft.

1. S. Valentiner und M. Rössiger. Die Energieverteilung der Hefnerlampenstrahlung im sichtbaren Teile des Spektrums.	785
2. S. Wiesner. Berichtigung	802
3. Gregor Wentzel. Zum Termproblem der Dublettspektren, insbesondere der Röntgenspektren	803
4. H. Baerwald. Elektronenreflexion in Gasen. (Untersuchung von Wasserstoff).	829
5. Gertrud Becker. Über die Dispersion der elektrischen Doppelbrechung einiger organischer Flüssigkeiten	849
6. G. Jobst. Zur Farbentheorie kolloidaler Metallsuspensionen	863

Ausgegeben im Mai 1925.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Tafel I.	W. Wien.
" II.	K. W. Meißner.
" III.	G. v. Salis.
" IV u. V.	Walther Gerlach.
" VI u. VII.	H. Lange.
" VIII.	W. Waelsch.
" IX.	L. Janicki.
" X.	E. Gehrcke u. E. Lau.
" XI.	Walther Deutsch.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 76.

1. *Elektromagnetische Analyse von Kanalstrahlen;* *von Robert Döpel.*

(Auszug aus der Münchener Dissertation.)

Gegenüber den Kathodenstrahlen sind die Kanalstrahlen bekanntlich insofern komplizierter, als sie deren Homogenität nicht besitzen, sondern inhomogen sind sowohl in bezug auf die Geschwindigkeiten, als auch in bezug auf die Massen. Daher ist für viele Kanalstrahlenuntersuchungen die Kenntnis der Geschwindigkeits- und Massenverteilung grundlegend. Die Geschwindigkeitsverteilung der Kanalstrahlen äußert sich z. B. bei ihrem Dopplereffekt; indessen zeigen neuere Arbeiten, daß dieser kein reines Bild der wahren Geschwindigkeitsverteilung der Kanalstrahlen ergibt, sondern daß sich dort noch andere Effekte überlagern, deren Klärung erst auf Grund der Kenntnis der wahren Geschwindigkeitsverteilung möglich wird. Diese Geschwindigkeitsverteilung kann mit Hilfe der elektromagnetischen Analyse der Kanalstrahlen untersucht werden. Solche Untersuchungen sind nach den grundlegenden Messungen von W. Wien¹⁾, vor allem von Retschinsky²⁾ systematisch an Sauerstoffkanalstrahlen ausgeführt worden. In der vorliegenden Arbeit wird in erster Linie die Geschwindigkeitsverteilung der Kanalstrahlen des Wasserstoffs in ihrer Abhängigkeit von den Entladungs- und Gasdruckbedingungen untersucht.

Methode und Apparatur.

Zum Zwecke der Orientierung über die im Kanalstrahl vorhandenen Teilchen wurde der Strahl gleichzeitig elektrisch und magnetisch durch die beiden parallel geschalteten Felder \mathcal{E} und \mathcal{H} (vgl. Fig. 1) zerlegt, so daß sich auf dem Willemschirm S die bekannten Kanalstrahlparabeln zeigten. Da einerseits über die Natur der Kanalstrahlen kein Zweifel mehr

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 33. S. 871. 1910; 39. S. 519. 1912.

2) R. Retschinsky, Ann. d. Phys. 47. S. 525. 1915.

besteht und andererseits die bekanntlich starke Phosphoreszenzfähigkeit des Wasserstoffatoms eine Identifizierung desselben ohne weiteres ermöglicht, so gestattet die elektrische Ablenkung allein eine Geschwindigkeitsbestimmung der Kanalstrahlen. Die bekannten Formeln für die elektrische, bzw. magnetische Ablenkung lauten:

$$(1a) \quad \varepsilon = \frac{e}{m v^2} A, \quad (1b) \quad \mu = \frac{e}{m v} B.$$

Hierbei bedeuten e die Ladung, m die Masse und v die Geschwindigkeit der Kanalstrahlteilchen; A und B sind Konstanten, die sich aus den Feldstärken und Apparaturdimensionen ergeben. Teilchen, die mit gleicher Ladung dieselbe Potentialdifferenz durchlaufen haben ($m v^2 = 2eV$) sind also nur magnetisch trennbar. Haben sie außerdem verschiedene Massen, so ist:

$$(2) \quad \mu = \frac{C}{\sqrt{m}}.$$

Für Teilchen gleicher Masse und beliebiger Energie dagegen gilt:

$$(3) \quad \mu = \frac{D}{v}.$$

Die empfindlichsten Indikatoren für Kanalstrahlen sind wohl Phosphoreszenzschirm und photographische Platte; beide geben jedoch durchaus kein quantitatives Bild. Auch bei der Auffängermethode kann eine Überlagerung von Sekundäreffekten die Messung trüben. Von diesen Mängeln ist die von W. Wien angegebene energetische Methode frei. Sie wurde auch bei der vorliegenden Arbeit angewandt. Die Strahlen fielen auf ein 0,7 mm breites Manganin-Konstantan-Thermoelement (Th.-E.) von geringer Kapazität, dessen Thermostrom mit einem Du Bois-Rubensschen Panzergalvanometer gemessen wurde (Empfindlichkeit $1 \cdot 10^{-9}$ Amp. pro Skalenteil). Der Galvanometerausschlag ist dann einfach der auffallenden Energie proportional. Mit Hilfe eines Gewindes konnte das Thermoelement in dem nur magnetisch zerlegtem Strahl auf- und abbewegt werden und man erhielt auf diese Weise die Energie der Kanalstrahlteilchen als Funktion ihrer Ablenkung $E(\mu)$. Die Teilchenzahl als Funktion der Geschwindigkeit erhalten wir daraus durch folgende einfache Umrechnung:

$$(4) \quad E(\mu) d\mu = -E(v) dv;$$

aus (1b) folgt nun:

$$\frac{d\mu}{dv} = -\frac{m\mu^2}{2B}.$$

Also ist:

$$E(v) = E(\mu) \frac{m\mu^2}{2B}.$$

Dividieren wir schließlich die Gesamtenergie durch die des einzelnen Teilchens, so erhalten wir die Teilchenzahl:

$$(5) \quad N(v) = \frac{2E(v)}{mv^4} = k \cdot E(\mu) \mu^4.$$

Diese Gleichung und Gl. (3) liefern uns die Transformationen, mit denen wir aus der Stellung des Thermoelements und den dazugehörigen Galvanometerausschlag die Geschwindigkeitsverteilung der Kanalstrahlen berechnen.

Fig. 1 gibt ein schematisches Bild der Gesamtapparatur. Das für die hinreichend genaue Analyse erforderliche Vakuum

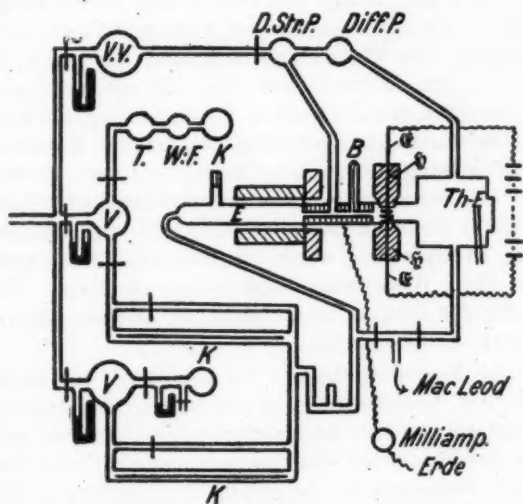


Fig. 1.

des Beobachtungsraumes wurde durch die Wiensche Durchströmungsmethode aufrecht erhalten. Durch Kapillaren K

strömten die mit P_2O_5 getrockneten Gase dauernd aus den Vorratsgefäßen V in das Entladungsrohr E ein. Dieses wurde durch den Kanal hindurch evakuiert, so daß die Strahlen sehr bald in ein hohes Vakuum kamen und so die durch Streuung bedingten Fehler verringert wurden. Die Evakuierung erfolgte durch eine Dampfstrahl- und eine Diffusionspumpe (D.-St.-P., Diff.-P.). Der Wasserstoff wurde aus H_2SO_4 und Zn entwickelt und mit NaOH und CaCl (ClO) entsäuert und roh getrocknet. Der Gasdruck konnte sowohl im Beobachtungsraum als auch im Entladungsraum gemessen werden. Um Quecksilberdämpfe zu entfernen, wurden sämtliche Zuleitungsrohre gekühlt. Die Kathode bestand aus einem Eisenzylinder (Schutz gegen das magnetische Streufeld); ihre Stirn wurde durch eine Aluminiumscheibe vor der Zerstäubung geschützt. Der Kanal verlief (aus technischen Gründen) in einen in den Eisenzylinder eingelöteten Messingzylinder [lichte Weite zwischen Stirn und Pumpenansatz (2,5 cm) 1,2 mm, auf dem übrigen Teil (9,5 cm) 1,0 mm]. Im Kanal befand sich eine Blende B , welche gleichzeitig eine für Parabelbeobachtungen wichtige Strahlverschmälerung erlaubte. Das Entladungsrohr konnte durch einen Eisenzylinder vor dem magnetischen Streufeld geschützt werden. An den durchbohrten Polschuhen \S (Entfernung 5,5 mm) befanden sich durch Quarzplättchen isoliert die Kondensatorplatten des elektrischen Feldes (Oberfläche 1 qcm, Entfernung 4,1 mm). Als Stromquelle diente eine zwanzigplattige Influenzmaschine, für Spannungen unter 3000 Volt ein Gleichstromaggregat. Die Spannung wurde mit Hilfe einer Funkenstrecke oder mit einem Braunschen Elektrometer gemessen. Ein in der Erdung der Kathode liegendes Milliamperemeter gestattete die Messung der Stromstärke.

Für die Reproduzierbarkeit der Kurven ist vor allem die Konstanz der Spannung von ausschlaggebender Bedeutung; diese hängt bei der hier beschriebenen Apparatur nur von der Konstanz des Gasdruckes ab. Durch Vorschaltung von kleinen Reguliertorratsflaschen vor die großen Vorratsgefäße der Durchströmungsapparatur gelang es schließlich, den Druck derart konstant zu halten, daß die Funkenstrecke während des Betriebes kaum von selbst ansprach.

Ergebnisse.

1. Massenspektrogramme des Wasserstoffkanalstrahls.

Bei der genaueren Beobachtung der Phosphoreszenzparabeln ergaben sich gegenüber den bereits bekannten Spektrogrammen einige Besonderheiten, die ihre nähere Untersuchung veranlaßten. Zunächst zeigten sich außer den bekannten positiven und negativen Wasserstoffatomen und positiven Wasserstoffmolekülen auch negative Wasserstoffmoleküle. Ferner

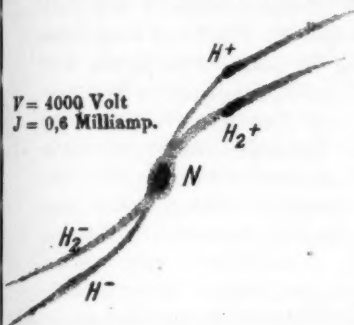


Fig. 2.

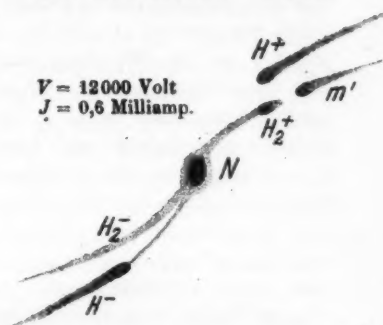


Fig. 3.

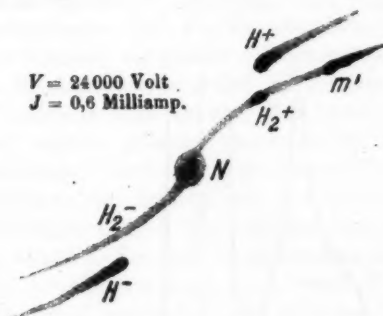


Fig. 4.

zeigte die Wasserstoffmolekülparabel bei höherer Spannung ein zweites Maximum, das nachträglich nur auf einigen der J. J. Thomsonschen Spektrogramme gefunden wurde. H_2 konnte in reinem Wasserstoff nicht mit Sicherheit festgestellt werden. Die Figg. 2—4 zeigen die Abhängigkeit der Phospho-

reszenzbilder von der Spannung. Die Phosphoreszenzintensität ist dabei nur angedeutet. Von den Molekülen führt stets ein Verbindungsstreifen zum neutralen Fleck *N*. Bei den Atomen ist dies nur bei niedrigen Geschwindigkeiten der Fall. Dieser Streifen rührt offenbar von Teilchen her, die sich beim Passieren des magnetischen Feldes umladen, und das verschiedene Verhalten von Molekülen und Atomen erklärt sich einfach daraus, daß die Zahl der Umladungen pro Längeneinheit von der Geschwindigkeit und dem Wirkungsquerschnitt der Teilchen abhängt. Im wesentlichen zeigen die Bilder mit steigenden Spannungen eine Homogenisierung der positiven Strahlung und eine etwa bei 8000 Volt auftretende Unterteilung der Molekülparabel. Bei der Messung in nur magnetisch abgelenktem Strahl fällt freilich das zweite Molekülmaximum mit dem ersten Maximum der Atome zusammen. Indessen sind die Moleküle gerade bei höherer Spannung so schwach, daß man den durch die Überlagerung bedingten Fehler der Messung wohl außer Acht lassen kann.

2. Energiekurven der Wasserstoffkanalstrahlen.

Durch zahlreiche Versuche wurde zunächst der allgemeine Verlauf der Energiekurve festgelegt. In Fig. 5 geben die Abszissen

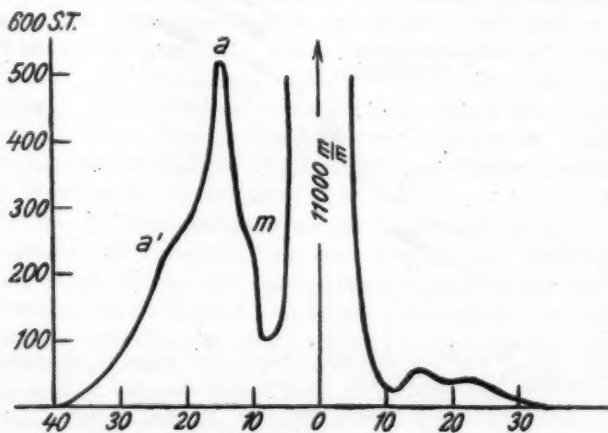


Fig. 5.

die Ablenkung, die Ordinaten die den Galvanometerausschlägen proportionale Energie der Teilchen an. In der Mitte zeigt die Figur den nicht ausgezeichneten, sehr intensiven neutralen Teil des Strahls, links davon abgelenkt die positiven Teilchen, rechts die negativen. Beide Kurvenzweige zeigen Maxima. Auf Grund der magnetischen Ablenkung der entsprechenden Phosphoreszenzparabeln lassen sich die einzelnen Maxima folgendermaßen identifizieren: m das Maximum der Moleküle, a das der Atome. Das Parabelbild zeigt, daß die Moleküle und Atome gleiche elektrische Ablenkung haben; sie haben also die gleiche Potentialdifferenz durchlaufen und im Einklang damit (Formel 2) ist das Verhältnis ihrer magnetischen Ablenkungen im allgemeinen $1 : \sqrt{2}$. Bei a' ist ein drittes Maximum angedeutet, das auf Grund des Parabelbildes ebenfalls den Atomen zugeordnet ist (sogenannte langsame Atome). Die magnetischen Ablenkungen der schnellen und langsamen Atome verhalten sich ungefähr wie $1 : \sqrt{2}$. Der negative Kurvenzweig zeigt zwei Maxima, die auf Grund des Parabelbildes den Atomen zuzuordnen sind; das Verhältnis ihrer magnetischen Ablenkungen ist ebenfalls etwa $1 : \sqrt{2}$. Negative Moleküle waren nur auf nicht ermüdeten Phosphoreszenzschirmen nachweisbar.

Ein wesentlicher Teil der Kanalstrahlteilchen durchläuft also vor der Kathode als positiv geladenes Atom oder Molekül die gleiche Potentialdifferenz, wird im weiteren Verlauf durch dauernde Umladung zum größten Teil neutralisiert und zum kleinen Teil negativ geladen. Da trotz des hohen Vakuums solche Umladungen auch im magnetischen Feld erfolgen, so gibt es Teilchen, die dasselbe nur auf einer kurzen Strecke geladen durchlaufen und infolgedessen eine Ablenkung erfahren, die zwischen Null und der Normalablenkung liegt; auf diese Weise kommt der Kurventeil zwischen normalem und abgelenktem Strahl zustande. Die a' -Atome treten auch bei anderen Kanalstrahlen auf. Die Tatsache, daß sie im allgemeinen halb so große Energie besitzen, wie die a -Atome oder Moleküle, hat man in der Weise gedeutet, daß man sie sich durch einen Zerfall von Molekülen entstanden denkt, die das normale Potentialgefälle bereits durchlaufen haben.¹⁾

1) E. Gehrecke u. O. Reichenheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 1910.

J. J. Thomson dagegen deutet die geringe Geschwindigkeit der α -Atome dadurch, daß er sie sich an einer der Kathode näherliegenden Stelle des Kathodenraums entstanden denkt. Wir kommen darauf noch zurück.

Von den drei Entladungsbedingungen, Stromstärke, Spannung und Druck, läßt sich die erstere noch am ehesten unabhängig von den anderen variieren. Änderung des Stromes von 0,2 Milliamp. auf 0,75 Milliamp. erhöhte bei konstant erhaltenem Gasdruck die Spannung von 12000 Volt auf 15000 Volt, also relativ nur sehr wenig. Die hierbei aufgenommenen Energiekurven zeigten, wie zu erwarten, eine Erhöhung der Energie sämtlicher Teilchen mit zunehmender Stromstärke; im übrigen aber erweisen sich die Kurven als ziemlich affin. Der Einfluß der Stromstärke auf die Energieverteilung ist also unwesentlich. Zur Untersuchung des Spannungseinflusses wurde die Spannung zwischen 2000 und 40000 Volt variiert. Bei Spannungen unter 1000 Volt waren die Galvanometerausschläge zu klein, als daß sie reproduzierbare Kurven ermöglicht hätten; bei Spannungen über 40000 Volt andererseits wurden reproduzierbare Kurven durch Unregelmäßigkeiten der Entladung und durch starke Schwankungen der Galvanometerausschläge vereitelt. Das Ergebnis der in jenem Bereich gemachten Aufnahmen der positiven Teilchen zeigen einige in Fig. 6—8 wiedergegebene Kurven. Die entsprechenden Ladungsbedingungen und die charakteristischen Werte der Kurve sind u. a. in der allgemeinen Tab. I enthalten. Dort bezeichnet:

V Entladungspotential in Kilovolt (Funkenstrecke; Elektrometer),

J Stromstärke in Milliamp.,

p_E, p_B den Druck (mm Hg) im Entladungsraum bzw. im Beobachtungsraum,

v die aus V und e/m_H berechnete Geschwindigkeit der Wasserstoffatome,

v_a die aus der elektrischen Ablenkung des Intensitätsmaximums und e/m_H berechnete wirkliche Geschwindigkeit,

μ_a und μ_a' die magnetische Ablenkung der schnellen und langsamen Atome,

E_m , E_a , E_a' , E_n die relativen Maximalenergien der Moleküle, schnellen und langsamen Atome und des neutralen Strahles.

Nr. 43
3800 Volt

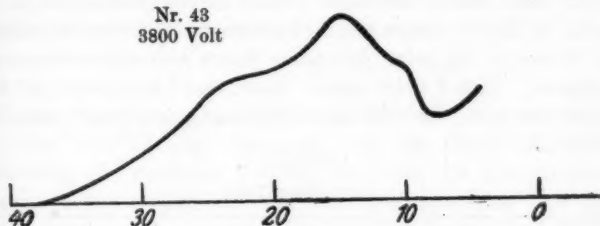


Fig. 6.

Nr. 93
25 000 Volt

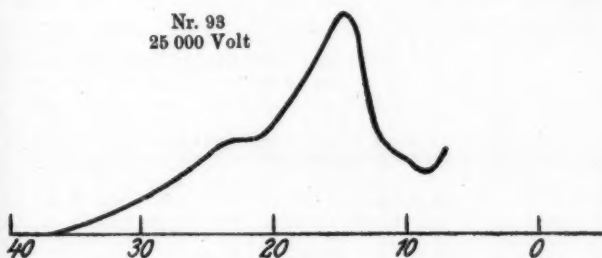


Fig. 7.

Nr. 103
36 000 Volt

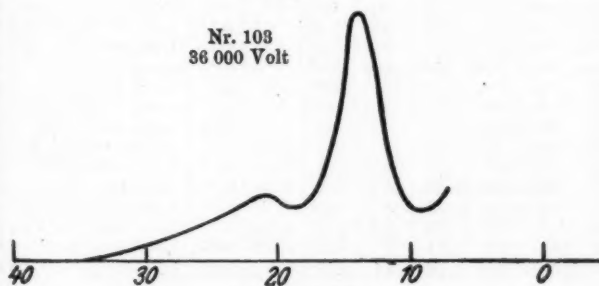


Fig. 8.

Von der Entladungsspannung hängt naturgemäß die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen ab. Spektroskopische Geschwindigkeitsmessungen ergaben in der mehrfach festgestellten

Grenze des Dopplereffektes¹⁾ eine Grenzgeschwindigkeit der Kanalstrahlen. Auch Ablenkungsmessungen²⁾ schienen zunächst für eine Grenzgeschwindigkeit zu sprechen; diese Behauptung wurde aber durch zahlreiche andere Beobachtungen widerlegt. Auch in der vorliegenden Arbeit wurde die Geschwindigkeit der Strahlen vor jeder Aufnahme durch Ablenkungsmessungen bestimmt. Tab. I zeigt außer dieser Geschwindigkeit ihr Verhältnis zu der der Entladungsspannung entsprechenden Ge-

Tabelle I.
(Positiver Teil.)

Nr.	V	J	$p_E \cdot 10^3$	$p_B \cdot 10^3$	$v \cdot 10^{-9}$	$v_e \cdot 10^{-9}$	$\frac{v_e}{v}$	$\frac{\mu_a'}{\mu_a}$	$\frac{E_a}{E_a'}$	$\frac{E_a}{E_a'}$	$\frac{E_a}{E_a'}$
39	3,5	0,6	120	0,5	0,82	0,65	0,79	1,44	0,018	0,72	1,45
42	6	0,8	65	0,4	1,08	0,89	0,81	1,46	0,018	0,58	1,5
43	3,8	0,6	100	2	0,86	0,69	0,8	1,46	0,016	0,74	1,45
45	15	0,6	44	0,2	1,71	1,37	0,8	1,44	0,019	0,48	1,4
45a	15	0,6	44	2	1,71	1,37	0,8	1,49	0,02	0,5	1,43
48	18	0,8	41	0,2	1,87	1,53	0,82	1,5	0,02	0,48	1,4
60	22	0,6	37	0,2	2,06	1,67	0,81	1,48	0,022	0,4	1,7
63	27	0,3	33	0,2	2,28	1,87	0,82	1,54	0,03	—	2,2
65	39	0,4	29	0,2	2,74	2,16	0,79	1,5	0,08	—	3,9
69	35	0,4	30	0,2	2,59	2,1	0,81	1,48	0,55	—	3,8
72	25	0,4	35	0,2	2,2	1,76	0,8	1,52	0,027	0,25	1,9
73	29	0,7	33	0,2	2,37	1,94	0,82	1,54	0,035	—	2,6
78	36	0,3	30	0,2	2,63	2,1	0,8	1,5	0,065	—	3,4
79	21	0,4	38	0,2	2,01	1,6	0,8	1,52	0,02	0,42	1,6
82	11	0,5	50	0,3	1,46	1,17	0,8	1,48	0,018	0,54	1,35
83	14	0,5	45	0,2	1,64	1,28	0,78	1,48	0,018	0,48	1,4
84	28	0,52	34	2	2,33	1,83	0,8	1,5	0,03	—	3,2
86	39	0,38	30	2	2,75	2,2	0,8	1,5	0,07	—	4,5
88	6	0,4	68	2	1,08	0,87	0,8	1,49	0,017	0,6	1,5
90	21	0,4	38	2	2,01	1,57	0,78	1,45	0,02	0,4	2
93	25	0,6	35	2	2,2	1,78	0,81	1,57	0,025	0,26	2,45
95	25	0,5	35	0,2	2,2	1,74	0,79	1,48	0,024	0,25	1,8
96	30	0,4	33	2	2,4	1,84	0,77	1,5	0,4	—	3,15
98	11	0,6	50	2	1,46	1,15	0,79	1,48	0,017	0,53	1,42
99	16	0,6	44	0,2	1,76	1,41	0,8	1,5	0,019	0,47	1,4
102	33	0,4	31	2	2,53	2,08	0,82	1,52	0,05	—	3,55
103	36	0,3	30	2	2,63	2,8	0,79	1,54	0,065	—	4,1

(Mittelwerte) 0,8 1,49

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 23. S. 247. 1907. — J. Stark, Phys. Zeitschr. 11. S. 107. 1910 u. a. — Vgl. jedoch: H. Krefft, Ann. d. Phys. 75. S. 82. 1924.

2) J. J. Thomson, Phil. Mag. [6] 20. S. 752. 1910.

geschwindigkeit und zwar ist dieses Verhältnis für den in Betracht kommenden Spannungsbereich von 3—40 Kilovolt konstant. Die geringen Abweichungen liegen völlig innerhalb der durch die Ausmessung des Phosphoreszenzbildes und durch Spannungsmessungen bedingte Fehlergrenzen. Im Mittel ist

$$\frac{v_a}{v} = 0,8,$$

was einer Spannungsausnutzung von 64 Proz. entspricht.

Der Einfluß der Spannung auf die Geschwindigkeitsverteilung der positiven Teilchen ist, wie die Energiekurven zeigen, recht beträchtlich. Bei niedriger Spannung sind auch die Moleküle noch relativ zahlreich vertreten (Fig. 6). Sie nehmen dann aber mit steigender Spannung mehr und mehr ab und sind bei Spannungen über 25000 Volt energetisch überhaupt nicht mehr nachweisbar (das Phosphoreszenzbild zeigt freilich auch dann noch Moleküle).

Tabelle I.
(Negativer Teil.)

Nr.	V	J	$p_E \cdot 10^3$	$p_B \cdot 10^3$	$v \cdot 10^{-3}$	$\frac{v_a}{v}$	$\frac{\mu_a'}{\mu_a}$	$\frac{E_a}{E_n}$	$\frac{E_a'}{E_a}$
45	15	0,6	44	0,2	1,71	0,8	1,48	0,0035	1,18
48	18	0,8	41	0,2	1,87	0,8	1,5	0,0025	1,16
63	27	0,3	33	0,2	2,28	0,8	1,52	0,0024	1,24
69	35	0,4	30	0,2	2,59	0,8	1,49	0,0022	1,17
72	25	0,4	35	0,2	2,2	0,8	1,51	0,0022	1,17
79	21	0,4	38	0,2	2,01	0,8	1,53	0,002	1,16
82	11	1,05	50	0,3	1,46	0,78	1,5	0,0025	1,24
84	28	0,52	34	2	2,33	0,79	1,52	0,003	1,18
86	39	0,38	30	2	2,75	0,78	1,5	0,0025	1,16
88	6	0,4	68	2	1,08	0,8	1,48	0,0022	1,23
96	30	0,4	33	2	2,4	0,76	1,49	0,0022	1,18
98	11	0,6	50	2	1,46	0,78	1,5	0,003	1,25
99	16	0,6	44	0,2	1,76	0,78	1,48	0,0028	1,16
103	36	0,3	30	2	2,63	0,78	1,52	0,0023	1,19

Mittelwerte: 0,79 1,5

Die langsamen Atome nehmen ebenfalls mit steigender Spannung ab, ohne indessen zu verschwinden; im Gegenteil wird unter Umständen durch die bei höherer Spannung eintretende Homogenisierung der schnellen Atome das zweite Maximum als solches überhaupt erst markant (Fig. 8). Da seine Abszisse immerhin mit einiger Unsicherheit behaftet ist,

so unterliegt auch das Verhältnis μ_a'/μ_a beträchtlichen Schwankungen. Es ist jedoch unverkennbar, daß es im Mittel etwas größer als $\sqrt{2}$ ist und etwa 1,5 beträgt. Die Energiekurve der negativen Teilchen ist im wesentlichen von der Spannung unabhängig und gleicht Fig. 6, wenn man sich dort das molekulare Maximum fortdenkt. Auch das Ordinatenverhältnis der geladenen schnellen Atome zum neutralen Gesamtstrahl wird bei den negativen Teilchen viel weniger von der Spannung beeinflusst, als bei den positiven. Während sich J in weiten Grenzen variieren läßt, ohne daß sich dabei das Produkt $p \cdot V$ sehr ändert, ist in dem in Betracht kommenden Bereich eine Spannungsänderung von 3 auf 40 Kilovolt nur durch eine gleichzeitige Druckveränderung von 0,1 auf 0,03 mm möglich. Wenn daher die im Vorhergehenden besprochene Änderung der Geschwindigkeitsverteilung als primäre Wirkung der Spannungsänderung bezeichnet wurde, so bedarf das noch einer besonderen Begründung. Der Einfluß des Druckes im Entladungsraum könnte von zweierlei Art sein. Einmal kann die Entstehung bestimmter Kanalstrahlteilchen von den gaskinetischen Verhältnissen im Entladungsraum abhängen, und dann wird die Veränderung des Strahles, die er auf seinem weiteren Verlauf erfährt, ebenfalls eine Funktion des Druckes sein. Der letztere Einfluß läßt sich leicht durch Variation des Druckes im Beobachtungsraum feststellen. Normalerweise wurde nämlich bei dem höchsten Vakuum gearbeitet, das durch volle Ausnutzung der den Beobachtungsraum evakuierenden Diffusionspumpe erreicht werden konnte. Bei höheren Drucken zu arbeiten war vor allem auch notwendig, um Anschluß an die für Beobachtung von Dopplereffekten notwendigen höheren Drucke zu bekommen. Dabei stellte es sich freilich heraus, daß bei Drucken über 0,005 mm die Streuung des Strahles die Einzelheiten der Energiekurven schon zu stark verwischt werden, als daß sie noch ein Bild der Geschwindigkeitsverteilung hätten geben können. Mit Messungen bei 0,002 mm Druck im Beobachtungsraum, bei dem auch Doppleraufnahmen vorlagen, wurde aber jener Anschluß erreicht. Fig. 9 zeigt den Einfluß dieser Druckvariation. Die Kurven wurden nacheinander bei konstanter Spannung und Stromstärke aufgenommen. Zunächst zeigt sich eine

allgemeine Schwächung der Energie mit steigendem Druck, dann aber auch eine Verwischung der Einzelheiten der Kurve, die sich in der Verringerung des Minimums zwischen un-abgelenktem Strahl und positivem Spektrum auch schon bei niedrigen Spannungen dartut. Der Einfluß des Druckes auf

- | | |
|-----------------------|--|
| I. $P_B < 0,0005$ mm | $J = 0,5$ Ma
$V = 10$ KV
$P_E = 0,052$ |
| II. $P_B = 0,002$ mm | |
| III. $P_B = 0,003$ mm | |
| IV. $P_B = 0,005$ mm | |

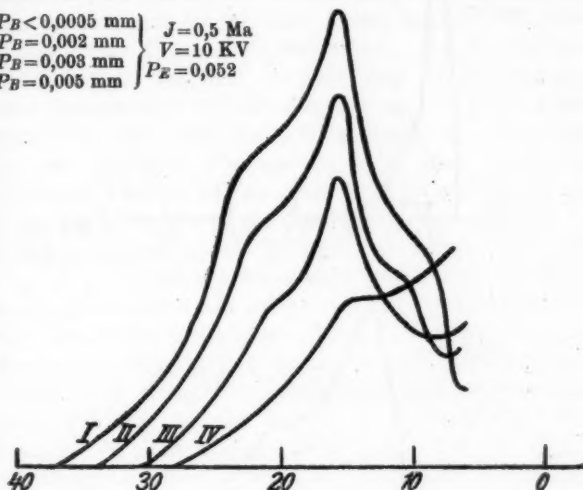


Fig. 9.

die Moleküle wird dadurch leider verdeckt. Unverkennbar aber ist eine relativ starke Schwächung der langsamen Atome. Die auf S. 11 beschriebene Verminderung der langsamen Atome mit steigender Spannung (also sinkendem Druck) läßt sich also nun eindeutig der Spannungsänderung zuschreiben, da dieselbe, wenn sie durch Druckänderung bedingt wäre, gerade entgegengesetzte Richtung haben müßte.¹⁾

1) Auch T. Retschinsky hat einige Wasserstoffaufnahmen gemacht (Ann. de Phys. 48. S. 570. 1915). Die Form seiner Kurve stimmt mit derjenigen gut überein, die meine Kurven bei höheren Spannungen haben, indessen deutet Retschinsky das größte Maximum als molekulares, das folgende als Maximum schneller Atome, während das der langsamen Atome bei ihm eigentlich nicht zu sehen ist. Diese Deutung erfolgt auf Grund eines Spektrogrammes, welches durch Sauerstoffzusätze bedingt, sehr viel Wasserstoffmoleküle zeigt. Man muß jedoch

3. Teilchenzahlkurven des Wasserstoffs.

Aus den Energiekurven erhalten wir durch die eingangs angeführte Umrechnung die Teilchenzahlkurven. In den Figg. 10—12 sind diejenigen wiedergegeben, die den auf S. 9

Nr. 43
3800 V.

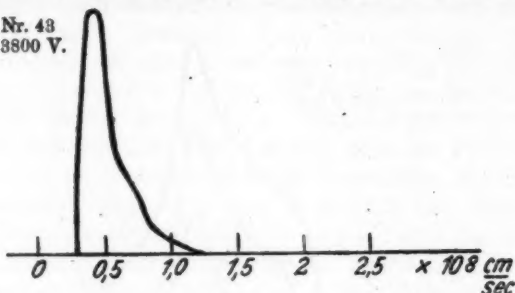


Fig. 10.

Nr. 98.
25 000 Volt

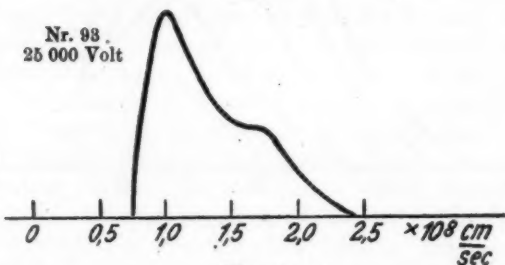


Fig. 11.

Nr. 108.
36 000 Volt

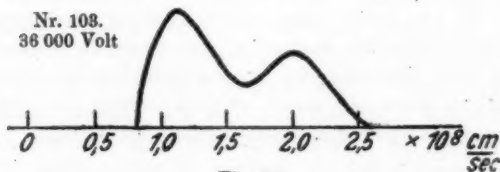


Fig. 12.

annehmen, daß mindestens für reinen Wasserstoff eine falsche Deutung vorliegt, die vielleicht dadurch zustande kam, daß irrtümlicherweise eine Analogie zu den vorher untersuchten Sauerstoffkanalstrahlen gesucht wurde, welche Moleküle in der Übersahl enthalten. Aus den in Tab. 6, S. 572 angegebenen charakteristischen Geschwindigkeitswerten läßt sich leider nichts entnehmen.

dargestellten Energiekurven entsprechen. Übereinstimmend mit den von Retschinsky an Sauerstoff gemachten Beobachtungen zeigt sich, daß der größte Teil des Kanalstrahles stets aus sogenannten langsamen Atomen besteht. Die Minimalgeschwindigkeit — als solche wurde diejenige Geschwindigkeit definiert, bei der die Energie weniger als 0,5 Proz. des Energiemaximums der schnellen Atome beträgt — ist dabei mit relativ großer Genauigkeit feststellbar. Bei der Maximalgeschwindigkeit ist das nicht der Fall, denn bei der zugrunde liegenden Energiekurve schließt sich hier an den durch Atome bedingten Teil der durch Moleküle bedingte an, wobei eine Analyse der teilweisen Überlagerung nicht ohne willkürliche Voraussetzung möglich ist; überdies ist in diesem Bereich der durch die endliche Breite des Strahles bedingte Fehler der Geschwindigkeitsdeutung der Energiekurve relativ groß. Aus dem von den schnellen Atomen nach größeren Geschwindigkeiten hin absteigenden Ast lassen sich also keinerlei Schlüsse auf eine Maximalgeschwindigkeit ziehen. Die Geschwindigkeit des Maximums der schnellen Atome ist erst bei Spannungen über 20000 Volt bestimmbar; auch wenn man, was zunächst gar nicht bewiesen ist, die Kurven als Superpositionskurven annimmt, so ist ihre Analyse doch nicht ohne willkürliche Voraussetzung möglich. Tab. II gibt die Entladungsbedingungen und die charakteristischen Werte der Teilchenzahlkurven wieder. Hier bezeichnen v_a und v_a' die Geschwindigkeiten der Maxima der Anzahl der schnellen und langsamen Atome, N_a/N_a' und der Anzahl des Verhältnen. Wie aus der Art der Transformation leicht zu ersehen ist, müssen die maximalen Teilchenzahlen bei kleineren Geschwindigkeiten liegen, als die Maximalenergien; demgemäß zeigen in Tab. II sowohl die v_a als auch die v_a' kleinere Werte, als die entsprechenden Zahlen in Tab. I. Die Verschiebung hängt von der Steilheit der betreffenden Teile der Energiekurve ab und ist demnach bei verschiedenen Spannungen verschieden. Das Verhältnis v_a/v_a' ist also hier nicht wie bei den Energiekurven im Mittel 1,5, sondern wächst mit steigender Spannung. Fig. 13 gibt die Abhängigkeit der charakteristischen Geschwindigkeiten von der Spannung in einer Form wieder, wie sie sich vielfach bei Untersuchungen des Dopplereffektes ein-

gebürgert hat. Abszissen sind die aus Betriebsspannung berechneten Geschwindigkeiten, Ordinaten, die Quotienten aus den gefundenen Geschwindigkeiten und jener theoretischen Geschwindigkeit. Der Verlauf der Kurve zeigt, daß die Minimalgeschwindigkeit in gleichem Maße wächst, wie die

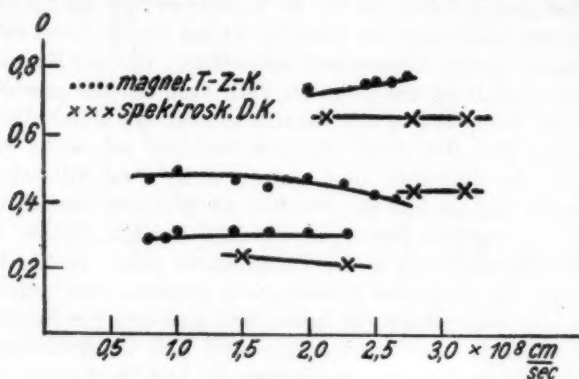


Fig. 18.

theoretische. Die Geschwindigkeit des Maximums der langsamen Atome wächst langsamer, die des Maximums der schnellen Atome etwas stärker als die theoretische Geschwindigkeit. Ebenso wie die negativen Energiekurven von den Entladungsbedingungen ziemlich unabhängig sind, so werden auch die entsprechenden Teilchenzahlkurven durch einen einzigen Typus charakterisiert, der wesentlich mit Fig. 10 übereinstimmt.

Tabelle II.

Nr.	V	J	$p_E \cdot 10^3$	$p^B \cdot 10^3$	$\frac{v_a}{v_a'}$	$\frac{v_a'}{v_a''}$	$\frac{v_a}{v_a''}$	v_{min}	$\frac{v_a}{v}$	$\frac{v_a'}{v}$	$\frac{v_{min}}{v}$	$\frac{N_a'}{N_a}$
43	3,8	0,6	100	2	—	0,39	—	0,258	—	0,46	0,3	—
45a	15	0,6	44	2	—	0,78	—	0,53	—	0,46	0,31	—
84	28	0,52	34	2	1,8	1,07	1,68	0,76	0,77	0,46	0,33	2,1
86	39	0,38	30	2	2,15	1,1	1,95	0,9	0,79	0,45	0,33	1,52
90	21	0,4	38	2	1,5	0,95	1,6	0,62	0,75	0,47	0,31	2,4
93	25	0,6	35	2	1,7	1,0	1,7	0,73	0,77	0,46	0,33	2,3
96	30	0,4	33	2	1,82	1,06	1,72	0,77	0,76	0,44	0,32	1,94
98	11	0,6	50	2	—	0,69	—	0,74	—	0,47	0,32	—
102	33	0,4	31	2	1,95	1,08	1,8	0,79	0,77	0,43	0,30	1,93
103	36	0,3	30	2	2,0	1,1	1,8	0,82	0,76	0,43	0,31	1,7

4. Teilchenzahlkurve und Dopplereffekt.

Wenn wir auch annehmen können, daß das primäre Zustandekommen der Energieverteilung nur durch die Entladungsspannung bedingt ist, so weist doch ihre Abhängigkeit vom Druck im Beobachtungsraum darauf hin, daß sie im weiteren Verlauf des Strahles nicht erhalten bleibt. Bereits der Gasdruck im Entladungsraum wirkt durch Absorption und Streuung auf die Strahlenzusammensetzung ein. Indessen ist dieser Einfluß bei den allgemein üblichen Zylinderröhren von 3—4 cm Durchmesser, die ja eine von der Stromstärke sehr wenig abhängige Druck-Spannungskurve zeigen, wohl durch die Spannung allein definiert, so daß deren Angabe im allgemeinen genügt, um die Zusammensetzung des Strahles an der Kathodenstirn eindeutig festzulegen. Im weiteren Verlauf muß die Energieverteilung jedoch sehr stark von gewissen Apparaturdimensionen abhängen: Von der Länge und Weite des Kanals (Absorption; Ausscheidung der durch Streuung an die Kanalwände gebrachten — vor allem der langsamen Teilchen) und von der Entfernung Kanalende . . . Beobachtungsort (Absorption). Die ungenügende Berücksichtigung dieser Umstände bei zahlreichen älteren Dopplereffektmessungen erklärt z. T. deren weit voneinander abweichende Ergebnisse. (Z. B. die verschiedenen Angaben einer Dopplereffektsgrenze zwischen 5000 und 12000 Volt, die nach neueren Messungen überhaupt nicht dem Kanalstrahl als solchem eigentümlich ist.¹⁾) Grundvoraussetzung für einen Vergleich zwischen elektromagnetischer Teilchenzahlkurve und Dopplerkurve ist natürlich, daß der Kanalstrahl an der Stelle, an der sein Dopplereffekt gemessen wird, auch tatsächlich die Geschwindigkeitsverteilung hat, die ihm die anderwärts gemachte Energiemessung auf Grund der Entladungsbedingungen zuschreibt. Diese Voraussetzung ist nach obigem nur so zu erfüllen, daß man die Apparaturen, mit denen die spektroskopischen und energetischen Messungen ausgeführt werden, so weit in Übereinstimmung bringt, als es ihre verschiedenen Aufgaben zulassen. Dies war bei der vorliegenden Arbeit und einer gleichzeitig im hiesigen Institut ausgeführten spektroskopischen Arbeit¹⁾

1) H. Krefft, Ann. d. Phys. 75. S. 75. 1924.

der Fall. Bei einem solchen Vergleich ist ferner zu berücksichtigen, daß die Dopplereffektkurve des Wasserstoffs durch neutrale Teilchen zustandekommt, während die elektromagnetische Teilchenzahlkurve die Verteilung der geladenen Teilchen angibt. Letztere läßt sich nun mit Hilfe der von E. Richardt gefundenen Beziehungen zwischen neutralen und geladenen Teilchen in eine Geschwindigkeitskurve neutraler Teilchen umrechnen. Fig. 14 stellt die Teilchenzahlkurve Nr. 86 mit

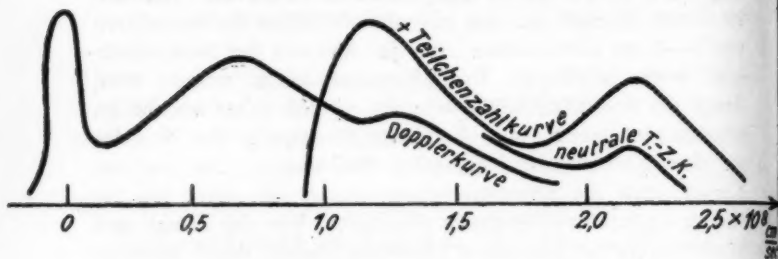


Fig. 14.

einer entsprechenden Dopplerkurve jener Arbeit zusammen. Die gemeinsamen Bedingungen sind: $J = 0,38$ Milliamp. $V = 39000$ Volt, $p_B = 0,002$ mm. Beide Kurven haben zwar eine gewisse Ähnlichkeit; indessen decken sich ihre Geschwindigkeitsbereiche nur zum Teil. Die charakteristischen Geschwindigkeiten der energetischen Teilchenzahlkurve sind durchweg größer als die der Dopplerkurve (vgl. auch Fig. 13). Erstere zeigt ihr zweites Maximum an einer Stelle, an der die Dopplerkurve kaum noch Teilchen aufweist. Diese Diskrepanz wird durch die Umrechnung der energetischen positiven Teilchenzahlkurve in eine neutrale Teilchenzahlkurve etwas gemildert. Leider ist diese Umrechnung nur in der in Fig. 14 gegebenen Ausführung empirisch gesichert (die Ordinaten der eingezeichneten neutralen Kurve sind in der Zeichnung auf ein Zehntel verkürzt). Für kleinere Geschwindigkeiten ist das Verhältnis der neutralen zu den geladenen Teilchen nicht bekannt. Es wird aber dort aller Voraussicht nach sehr groß sein, so daß dadurch das Auftreten von Dopplergeschwindigkeiten in einem Bereich, wo die magnetische Teilchenzahlkurve schon gar keine Teilchen mehr zeigt, er-

klärt würde. Um die Diskrepanz im Bereich größerer Geschwindigkeiten zu verstehen, ist die auch aus anderen Gründen plausible Annahme wohl unerlässlich, daß die freie Weglänge der Lichterregung mit steigender Geschwindigkeit zunimmt. Indessen bedarf es wohl kaum einer ausdrücklichen Erwähnung, daß auch das vorliegende, unter verhältnismäßig sehr übereinstimmenden Bedingungen erhaltene Material keine endgültige qualitative oder gar quantitative Bestimmung der Geschwindigkeitsabhängigkeit der freien Weglänge ermöglicht. Man kann sich dabei des Eindrucks nicht erwehren, daß der inhomogene Kanalstrahl an sich ein zu kompliziertes Werkzeug darstellt, um ökonomisch eine fraglose Lösung dieser Aufgabe zu ermöglichen. Diese wird wahrscheinlich erst dem homogenen Kanalstrahl beschieden sein.

5. Kanalstrahlen eines Wasserstoff-Sauerstoffgemisches.

In reinem Wasserstoff zeigt sich bei genügender Durchströmung weder auf dem Phosphoreszenzschirm noch energetisch (Anwendung stärkerer Felder) ein wesentlicher Anteil an fremden Beimischungen. Der Umladungsstreifen der Energiekurve hätte dabei nur weniger als 2 Proz. verdecken können. Nach Zusatz von Sauerstoff zeigte das Phosphoreszenzbild des Wasserstoffs

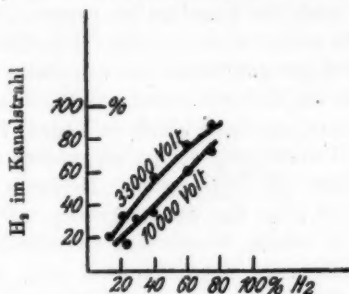


Fig. 15.

außer einer Homogenisierung der schnellen Atome ein relativ starkes Maximum in der Molekülparabel. Infolge der Überlagerung von langsamen Molekülen und schnellen Atomen bei nur magnetischer Ablenkung gibt die Energiekurve hier kein eindeutiges Bild der Geschwindigkeitsverteilung mehr. Dagegen

ist es von Interesse, die Abhängigkeit des Intensitätsverhältnisses der Sauerstoff- und Wasserstoffkanalstrahlen vom Verhältnis ihrer Partialdrucke festzustellen. Zu diesem Zweck wurden beide Gase durch getrennte Kapillaren in den Beobachtungsraum eingelassen. Fig. 15 zeigt das Ergebnis der Messungen. Abszissen sind die Partialdrucke des Wasserstoffs, ausgedrückt in Prozenten des Totaldruckes, Ordinaten, die in gleicher Weise ausgedrückten Maximalenergien des Wasserstoffs. Die prozentige Zusammensetzung des geladenen Teils des Strahls stimmt zwar nicht ganz überein mit der der Partialdrucke, auch hängt sie etwas von der Spannung ab; indessen wächst der Wasserstoffanteil des Kanalstrahls monoton mit dem des Gasgemisches.

6. Phosphoreszenzbilder der Spektrogramme des He, Ne, N.

Die merkwürdige Unterteilung der Molekülparabel des Wasserstoffs und Sauerstoffs, die ja im großen ganzen mit der der Atomparabel übereinstimmt, deren zweites Maximum man sich aus nachträglich zerfallenen Molekülen entstanden denkt, läßt sich ganz analog durch den Zerfall von beschleunigtem H_2 und O_2 erklären. Da indessen die meisten der in der Literatur vorhandenen Spektrogramme diese Unterteilung nicht zeigen, so war auch die Annahme zu erwägen, ob es sich bei der vorliegenden Arbeit nicht vielleicht lediglich um eine nicht zu übersehende Eigentümlichkeit der Apparatur handle. Diese Annahme konnte nur dadurch unwahrscheinlich gemacht werden, daß man versuchte, ein Gasgemisch zu finden, in welchem ein Bestandteil die Unterteilung zeigte, ein anderer dagegen nicht. Als solches schien ein Wasserstoff-, Helium-, Neon-Gemisch geeignet. Fig. 16 zeigt das Spektrogramm. Der Wasserstoff zeigt die auch in reinem Wasserstoff auftretende Unterteilung der Parabeln hier noch deutlicher und auch bereits bei geringerer Spannung. Die Heliumparabel ist nun freilich ebenfalls unterteilt und unterscheidet sich kaum von der H_2 -Parabel. Indessen ist damit natürlich noch nicht erwiesen, daß die Unterteilung der Parabel durch eine Besonderheit der Apparatur zustandekommt. Die Existenzmöglichkeit eines (sehr unbeständigen) He_2 -Moleküls ist schließlich nicht ganz unwahrscheinlich. Außerdem zeigte sich auf dem Spektrogramm auch ein bisher

noch unbekanntes, negatives Heliumatom, dem man rein theoretisch keine große Wahrscheinlichkeit zusprechen würde, da doch sonst alle Grundstoffe die Tendenz haben, ihre Elektronen-

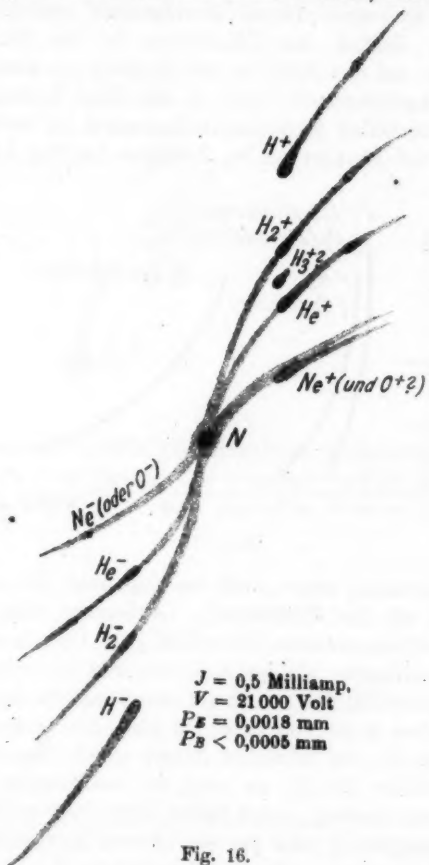


Fig. 16.

schalen auf den normalen Edelgastypus auf- oder abzubauen. Aus der Neonparabel ließ sich nichts schließen, da sie durch eine andere Parabel (O_2) verwischt wurde.

Auch an Stickstoff-Kanalstrahlen zeigte sich jene Unterteilung in gleichem Maße.

7. Einfluß der Form des Entladungsrohres.

Um den Einfluß der Röhrenform auf die Geschwindigkeitsverteilung zu untersuchen, wurde das Zylinderrohr durch ein Kugelrohr von etwa 16 cm Durchmesser ersetzt. Da ein wesentlicher Einfluß der Röhrenform in der Wirkung der Wandladung auf das Feld vor der Kathode zu suchen ist, so wurde die Kathodenstirn etwas in das Rohr hineingeschoben. Unter den normalen Entladungsbedingungen ist im Kugelrohr der Druck viel geringer als im Zylinderrohr (Fig. 17). Bereits

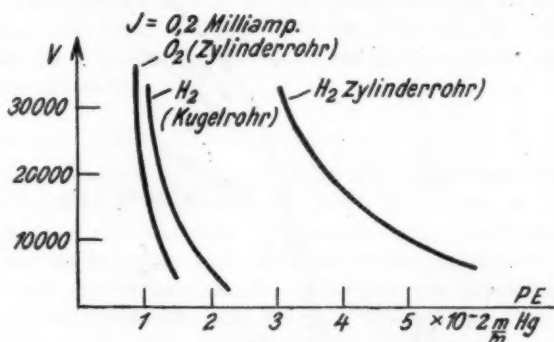


Fig. 17.

die Spektrogramme zeigen, daß das Kugelrohr viel mehr Moleküle liefert als das Zylinderrohr. Außerdem zeigt sich hier mit aller wünschenswerten Sicherheit H_3 . Die Unterteilungen sind hier markanter als im Zylinderrohr; die relative Phosphoreszenzintensität der einzelnen Ionen hängt von der Spannung ab. Bei etwa 2000 Volt (Fig. 18) sind die beiden Molekülmaxima und das der schnellen Atome gleich intensiv; H_3 ist etwas schwächer als H_2 ; es zeigt die klecksartige Form der übrigen Parabelanfänge, weist jedoch keine Spur einer schwanzartigen Verlängerung oder gar ein zweites Maximum auf. Bei etwa 8000 Volt ist auch die Unterteilung der Atomparabel markant geworden. Die langsamen Moleküle sind hier stärker als jede andere Ionengattung. H_3 ist schwächer geworden. Bei 15000 Volt ist H_3 fast verschwunden; alle übrigen Ionen sind gleich intensiv. Die Schätzung nach Leuchtintensität ist natürlich eine ganz rohe, die keinen quantitativen Schluß ge-

stattet. Eindeutige, quantitative Schlüsse lassen sich infolge der Überlagerung von langsamen Molekülen und schnellen Atomen auch aus der Energiekurve nicht ziehen. Die relativ große Zahl der Moleküle im Kugelrohr wurde schon von

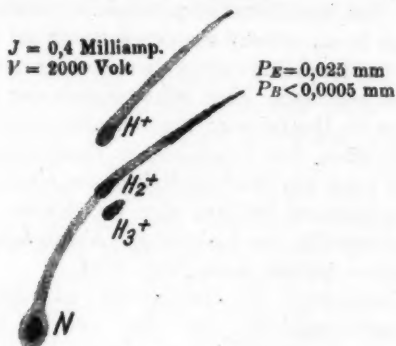


Fig. 18.

G. P. Thomson¹⁾ dort allerdings aus spektroskopischen Beobachtungen geschlossen. Die Gesamtintensität im Kugelrohr ist jedoch, wie Fig. 19 zeigt, gegenüber der des Zylinderrohres

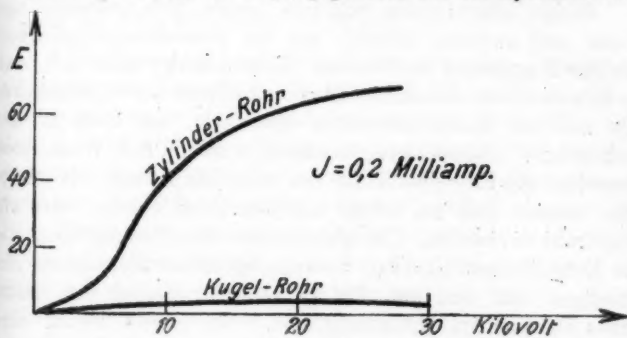


Fig. 19.

so gering, daß trotz des ungünstigen Verhältnisses zwischen Molekülen und Atomen die Absolutzahl der beschleunigten Moleküle im Zylinderrohr doch noch größer ist, als im Kugelrohr.

1) G. P. Thomson, Phil. Mag. 40. S. 240. 1920.

8. Über die Entstehung der Kanalstrahlzusammensetzung.

Während über die Natur der Kanalstrahlen schon seit Jahrzehnten kein Zweifel mehr besteht, und auch ihre Zusammensetzung in Abhängigkeit von den Entladungsbedingungen bekannt ist, bzw. jederzeit ohne prinzipielle Schwierigkeit untersucht werden kann, müssen wir uns in bezug auf die Erklärung der Entstehung der Geschwindigkeitsverteilung mit lückenhaften Andeutungen begnügen. Eine Schwierigkeit der Untersuchung der Vorgänge im Dunkelraum liegt offenbar darin, daß es dort nicht nur Teilchen von verschiedenen Geschwindigkeiten gibt, sondern daß auch die Geschwindigkeit des einzelnen Teilchens an den verschiedenen Punkten eine verschiedene ist, wodurch das Ineinandergreifen der Umladungs-, Absorptions- und Streuverhältnisse äußerst kompliziert wird.

Auf Umladungen im Dunkelraum ist offenbar die Erscheinung zurückzuführen, daß stets nur ein Teil der Entladungsspannung ausgenützt wird. Dabei ist es merkwürdig, daß dieser Teil, wie die Spektrogramme sämtlicher Beobachter zeigen, für die verschiedenen Teilchen wesentlich derselbe ist, obgleich die freien Weglängen der verschiedenen Korpuskeln doch offenbar sehr voneinander abweichen werden.

Einige allgemeinere Schlüsse lassen sich indessen aus dieser und anderen Arbeiten auf die Entstehungsmöglichkeit gewisser Korpuskeln doch ziehen. Retschinsky findet z. B., daß im Sauerstoff die molekulare Maximalordinate der Energiekurve alle anderen Maximalordinaten übersteigt, was auch in der vorliegenden Untersuchung bestätigt wurde. Bei Wasserstoff überwiegt die Energieordinate der schnellen Atome; die Moleküle nehmen aber zu, sobald man Sauerstoff zusetzt, oder ein Kugelrohr verwendet. Das gemeinsame aller Bedingungen, die die Entstehungsmöglichkeit zusammengesetzter Korpuskeln begünstigen, läßt sich aus Fig. 17 ablesen, nämlich ein relativ hohes Vakuum im Entladungsraum. Bei hohem Druck sind offenbar die freien Weglängen des Zerfalls dieser zusammengesetzten Korpuskeln zu klein, als daß sie als solche eine größere Strecke des Potentialgefälles durchlaufen könnten. Mit dieser Anschauung stimmt überein, daß auch H_2 wesentlich nur im Kugelrohr auftrat. Bei höheren Spannungen nimmt im allgemeinen die Zahl der zusammengesetzten Korpuskeln

ab. Was nun die Entstehung der Unterteilung (langsame Atome und langsame Moleküle) anbetrifft, so kann zunächst noch keine endgültige Entscheidung getroffen werden. Es bleibt nur übrig, das „Für und Wider“ der einzelnen Möglichkeiten zu erörtern, soweit sich auf Grund der vorliegenden Arbeit etwas darüber aussagen läßt.

Wenn man sich die langsamen Atome dadurch entstanden denkt, daß normal beschleunigte Moleküle hinter der Kathode zerfallen, so könnte man zunächst annehmen, daß umgekehrt langsame Moleküle dadurch entstehen, daß langsame Atome ruhende assoziieren. Bei näherer Betrachtung erweist sich jedoch diese Annahme als unwahrscheinlich. Einmal müßte dann, da doch die Bildung eines Moleküls unter den vorliegenden Umständen viel seltener ist als sein Zerfall, das Maximum der langsamen Moleküle stets schwächer sein, als das der langsamen Atome, was aber durchaus nicht immer der Fall ist (Fig. 18), und dann ist auch die bei höheren Spannungen oft beobachtete Erscheinung nicht erklärlich, daß die stärkere Leuchtintensität oft ganz rasch zwischen dem Maximum der schnellen und der langsamen Moleküle hin- und herflackert. Diese Erscheinung spricht dafür, daß der Grund der Unterteilung im Entladungsraum zu suchen ist.

J. J. Thomson erklärt die Entstehung aller Teilchen von geringerer als Normalgeschwindigkeit dadurch, daß er sich an zwei verschiedenen Stellen im Entladungsraum Vorzugsstellungen der Ionisation denkt. Diese Anschauung vermag nun aber keinerlei Erklärung dafür zu geben, daß im Kugelrohr, wo doch der Einfluß der Röhren dann viel schwächer sein muß, jene Erscheinung gerade am deutlichsten auftritt; überhaupt vermag sie das deutliche Minimum zwischen dem ersten und zweiten Maximum der Molekülparabel nicht zu erklären. Ferner müßte eine magnetische Einwirkung dort offenbar die Lage der beiden Ionisationsstellen gegeneinander verschieben. Das aber war offensichtlich nicht der Fall. Auch wenn die Kathodenstrahlen durch Einwirkung eines Magneten ganz stark gekrümmt wurden, so daß eine Verkürzung des Dunkelraumes auf beinahe die Hälfte seiner normalen Länge eintrat, zeigte sich nur eine für alle Ionen gleiche Veränderung der Ab-

lenkungen; die Verhältnisse der Ablenkungen untereinander blieben jedoch wesentlich dieselben.

Die Tatsache, daß die Unterteilung um so deutlicher, das zweite Maximum um so intensiver wird, je geringer der Druck im Entladungsraum ist (H_2 -, He-, Ne-Gemisch; Sauerstoffzusätze; Kugelrohr) spricht in Analogie mit der am Eingang dieses Abschnittes angeführten Erscheinung dafür, daß dabei zusammengesetzte Korpuskeln eine Rolle spielen, daß man sich die dem zweiten Maximum entsprechenden Teilchen also zu erklären hätte durch die Dissoziation von Teilchen, die während der Beschleunigung doppelte Masse hatten. Für diese Annahme und gegen eine doppelte Vorzugsstelle der Ionisation spricht ferner vor allem die Tatsache, daß das den gleichen Bedingungen unterworfenen H_2 diese Unterteilung nicht zeigt. Nach dieser Anschauung wäre also für die zweite Maxima die Existenz der Aggregate H_4 , O_4 , N_4 und He_2 im Dunkelraum verantwortlich zu machen. Dabei könnte es sich um Teilchen handeln, die so instabil sind, daß sie (nach Art der radioaktiven Elemente) auch ohne äußere Einwirkung (Zusammenstöße) ganz von selbst wieder zerfallen. Aus der Geschwindigkeit der Strahlen und aus den Apparaturdimensionen berechnet, käme ihnen unter dieser Annahme eine mittlere Lebensdauer von der Größenordnung 10^{-7} sec zu. Dagegen ist freilich zu beachten, daß das Verhältnis der magnetischen Ablenkungen des ersten und zweiten Maximums stets größer ist, als $1 : \sqrt{2}$, vor allem bei Umrechnung der Energiekurven auf Teilchenzahlkurven, und daß die zweiten Maxima stets ein größeres Geschwindigkeitsintervall besitzen, als ihnen auf Grund der Zerfallshypothese zukommen würde. Eine endgültige Sicherung dieser Annahme wäre daher nur möglich, wenn es gelänge, die (vorläufig hypothetischen) zusammengesetzten Korpuskeln selbst vor ihrem Zerfall abzulenken und so unmittelbar und eindeutig nachzuweisen. Zu diesem Zweck müßte das ablenkende Feld im hohen Vakuum möglichst in unmittelbarer Nähe der Kathodenstirn gebracht werden.

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Zusammensetzungen und die Geschwindigkeitsverteilung der Wasserstoffkanalstrahlen

in ihrer Abhängigkeit von den Entladungsbedingungen untersucht; dabei zeigten sich folgende Erscheinungen.

1. Die Geschwindigkeit sämtlicher Teilchen wächst proportional der Wurzel aus der Entladungsspannung; dabei werden je nach Form des Entladungsrohres etwa 64—70 Proz. dieser Spannung ausgenützt.

2. Die elektromagnetischen Energiekurven der im Zylinderrohr erzeugten Wasserstoffkanalstrahlen zeigen analog den entsprechenden Energiekurven des Sauerstoffs im positiven Teil drei Maxima, deren Ablenkungen sich ungefähr wie $1:\sqrt{2}:2$ verhalten, und die den Molekülen schnellen und langsamen Atomen zuzuordnen sind. Die negativen Energiekurven zeigen nur schnelle und langsame Atome; das negativ geladene Molekül hat also geringere Stabilität als das positive.

3. Die Geschwindigkeitsverteilung und die Zusammensetzung hängt nicht ab von der Stromstärke; sie hängt dagegen sehr ab:

a) von der Spannung (mit wachsender Spannung werden Moleküle und langsame Atome sehr geschwächt, die schnellen Atome homogenisiert; das Verhältnis zwischen positiven und neutralen Teilchen wird vergrößert; das Verhältnis der (sehr schwach vertretenen) negativen schnellen und langsamen Atome und ihr Verhältnis zum neutralen Strahl hängt dagegen unwesentlich von der Spannung ab),

b) vom Druck des durchlaufenden Gases (Erhöhung schwächt vor allem die langsamen Atome),

c) von fremden Beimischungen und der Form des Entladungsrohres,

d) von Länge und Durchmesser des Kanals.

4. Die aus den Energiekurven berechneten Teilchenzahlkurven zeigen, daß der Wasserstoff hauptsächlich aus langsamen Atomen besteht. Das Verhältnis der Geschwindigkeiten der Maxima der Teilchenzahlkurven ist stets größer als $\sqrt{2}$ und wächst mit steigender Spannung.

5. Der Vergleich der Teilchenzahlkurve mit der unter möglichst gleichen Bedingungen aufgenommenen Dopplerkurve des Wasserstoffs zeigt auch unter Berücksichtigung der Tatsache, daß es sich bei den Dopplerkurven um neutrale Teilchen handelt, keine befriedigende Übereinstimmung. Die Diskrepanz

macht ein Wachsen der freien Weglänge der Anregung der Lichtemission mit der Geschwindigkeit wahrscheinlich; sie weist außerdem auf die methodische Notwendigkeit homogener Kanalstrahlen hin.

6. Sauerstoffzusätze bewirken relative Verstärkung der Moleküle und Homogenisierung der schnellen Atome. Das Verhältnis der geladenen Anteile des Wasserstoffs und Sauerstoffs im Kanalstrahl hängt etwas von der Spannung ab und stimmt ungefähr mit dem der Partialdrucke überein.

7. Der in der Kugelhöhle erzeugte Kanalstrahl enthält relativ mehr Moleküle als der des Zylinderrohres. Infolge der geringen Gesamtintensität ist jedoch die absolute Zahl der Moleküle, die in einem Kugelrohr bei gleicher Stromstärke als Kanalstrahlteilchen beschleunigt werden, geringer als im Zylinderrohr.

8. Außer den bisher bekannten Korpuskeln (H_3^+ , H_2^+ , H^+ , H^- , He^+) wurden auch *negative Wasserstoffmoleküle* und *negative Heliumatome* auf dem Phosphoreszenzschirm nachgewiesen.

9. Außerdem zeigte sich — vor allem unter Bedingungen, die einen geringen Druck im Entladungsraum ermöglichten — nicht nur die Atomparabel, sondern auch die Parabel der Moleküle von H_2 , O_2 , N_2 und die Atomparabel von He in einem Maße unterteilt, das auf die Existenz von H , O , N und He, im Dunkelraum schließen läßt.

Hrn. Geheimrat Wien, auf dessen Anregung hin die vorliegende Arbeit ausgeführt wurde, möchte ich auch an dieser Stelle für das fördernde Interesse, das er ihr dauernd entgegenbrachte, meinen besten Dank aussprechen. Auch bin ich Hrn. Priv. Doz. Dr. Rüchardt und Hrn. Dr. Kirchner für mancherlei Ratschläge und Kontrolle der subjektiven Beobachtung der Phosphoreszenzbilder zu besonderem Danke verpflichtet.

(Eingegangen 1. November 1924.)

2. Strahlungsdiagramme ultramikroskopischer Teilchen; von Richard Gans.

Mie¹⁾ hat gezeigt, daß in Wasser suspendierte Goldkugeln von 160 und 180 $\mu\mu$ Durchmesser nach vorn (d. h. in der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichts) stärker strahlen als nach hinten, während das bei unendlich kleinen Kugeln nicht der Fall ist (vgl. seine Polardiagramme Figg. 17 bis 19). Die gleiche Unsymmetrie wurde von Senftleben und Benedict²⁾ bezüglich der Lichtzerstreuung an den Kohlenstoffteilchen leuchtender Flammen nachgewiesen.

Nun neigt man neuerdings dazu, dieses Ergebnis zu verallgemeinern.³⁾ Deshalb sei es mir gestattet, einiges neues Material zu der Frage beizubringen.

I. Silberteilchen.

Ein in Wasser befindliches Silberkugeln werde mit natürlichem Licht der Wellenlänge $\lambda = 525 \mu\mu$ (im Vakuum) beleuchtet. Nennen wir den komplexen Brechungsexponenten des Silbers relativ zum Wasser m' , so ergibt sich aus den Messungen von Hagen und Rubens nach Müller⁴⁾

$$m'^2 = -6,821 - i1,087.$$

Ferner berechnet Müller für Teilchen von $d = 125 \mu\mu$ Durchmesser, d. h.

$$\alpha = \frac{d\pi}{\lambda} = 1$$

(λ' Wellenlänge in Wasser) den von Mie eingeführten Koeffizienten $a_1 = 0,336 - i1,24$. Ich selbst habe die Mieschen

1) G. Mie, Ann. d. Phys. 25. S. 428. 1908.

2) H. Senftleben u. E. Benedict, Ann. d. Phys. 60. S. 297. 1919.

3) Vgl. z. B. A. Szegvari, Zeitschr. f. Phys. 21. S. 349. 1924; K. Leistner u. W. Möbius, Ann. d. Phys. 74. S. 700. 1924.

4) E. Müller, Ann. d. Phys. 35. S. 500. 1911.

Koeffizienten $p_1 = 0,1044 + i0,01654$, u_2 , v_2 und w_2 früher¹⁾ ausgewertet. Daraus ergibt sich $a_2 = 0,1371 - 0,0173 i$. Mit diesen Werten berechnet sich die folgende Tabelle nach Mies Gleichungen (97).

Silberteilchen von $125 \mu\mu$ Durchmesser.

γ	\mathfrak{I}_I	\mathfrak{I}_{II}	$\frac{\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II}}{(\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})_{90^\circ}}$	$\frac{\mathfrak{I}_I - \mathfrak{I}_{II}}{(\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})_{90^\circ}}$	P
0°	1,556	1,556	1,82	0,000	0,000
30	1,559	1,187	1,61	0,218	0,135
60	1,390	0,488	1,22	0,645	0,529
90	1,650	0,058	1,00	0,932	0,932
120	1,712	0,397	1,23	0,770	0,626
150	1,745	1,275	1,77	0,275	0,155
180	1,749	1,749	2,05	0,000	0,000

Hier bedeutet γ den Winkel, den die Beobachtungsrichtung mit der Richtung bildet, aus der der Strahl kommt. \mathfrak{I}_I ist bis auf einen Faktor (vgl. Mie, S. 427) die Intensität des abgelenkten Lichts, welches senkrecht zu der Ebene einfallender Strahl-Visierichtung schwingt, \mathfrak{I}_{II} die Intensität des in dieser Ebene schwingenden Lichts. $\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II}$ ist also die Gesamtstrahlung, $\mathfrak{I}_I - \mathfrak{I}_{II}$ der Überschuß des polarisierten Lichts über das unpolarisierte, $P = (\mathfrak{I}_I - \mathfrak{I}_{II}) / (\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})$ der relative Gehalt an polarisiertem Licht. $\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II}$ und $\mathfrak{I}_I - \mathfrak{I}_{II}$ habe ich, da es für die Strahlungsverteilung nur auf relative Werte ankommt, durch die Gesamtstrahlung für $\gamma = 90^\circ$ dividiert. Fig. 1 gibt das Polardiagramm, und zwar die äußere

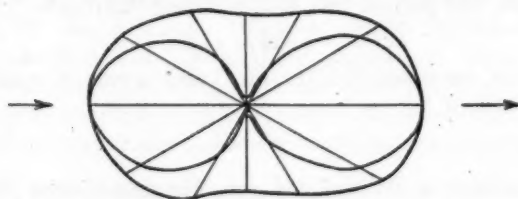


Fig. 1. Silberteilchen von $125 \mu\mu$ Durchmesser. $\lambda = 525 \mu\mu$.

Kurve für die Gesamtstrahlung, die innere für das unpolarisierte Licht. Das Zwischenstück stellt also, wie bei Mie, die polarisierte Strahlung dar.

1) R. Gans, Ann. d. Phys. 47. S. 275. 1915.

Wir haben in diesem Falle, wie das Diagramm lehrt, allerdings mehr Strahlung nach vorn als nach hinten, doch ist der Unterschied recht klein.

Weit ausgeprägter ist er für Silberteilchen von $153 \mu\mu$ Durchmesser, die

$$\alpha = \frac{d\pi}{\lambda} = 1,225, \quad \text{d. h. } \alpha^2 = 1,5,$$

entsprechen. Für diese gilt

$$a_1 = 0,119 - i0,744; \quad p_1 = 0,1256 + i0,0278;$$

$$a_2 = 0,3254 - i0,0921,$$

und es berechnet sich die folgende Tabelle, die durch Fig. 2 dargestellt wird.

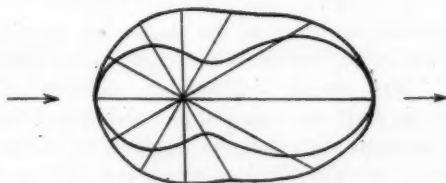


Fig. 2. Silberteilchen von $153 \mu\mu$ Durchmesser. $\lambda = 525 \mu\mu$.

Silberteilchen von $153 \mu\mu$ Durchmesser.

γ	\Im_I	\Im_{II}	$\frac{\Im_I + \Im_{II}}{(\Im_I + \Im_{II})_{90^\circ}}$	$\frac{\Im_I - \Im_{II}}{(\Im_I + \Im_{II})_{90^\circ}}$	P
0°	0,396	0,396	1,028	0,000	0,000
30	0,413	0,329	0,962	0,108	0,112
60	0,468	0,273	0,962	0,258	0,263
90	0,568	0,203	1,000	0,474	0,474
120	0,694	0,177	1,132	0,671	0,593
150	0,804	0,535	1,738	0,350	0,201
180	0,848	0,848	2,201	0,000	0,000

Bedenken gegen die quantitative Gültigkeit dieser oder der Mieschen analogen Resultate, liegen kaum vor, da die Teilchendurchmesser größer sind als die Dicken, bei denen die optischen Konstanten makroskopischer Metalle aufhören zu gelten.¹⁾

1) K. Lauch, Ann. d. Phys. 74. S. 55. 1924.

II. Nicht absorbierende Teilchen.

Ganz anders verhalten sich dielektrische Teilchen. Diese können nämlich, wie wir sehen werden, je nach Umständen mehr nach hinten als nach vorne strahlen, was übrigens in dem Spezialfalle einer unendlich kleinen vollkommen leitenden Kugel, die einem dielektrischen Teilchen unendlich großer Dielektrizitätskonstante äquivalent ist, schon von Mie bewiesen war (vgl. seine Fig. 20, S. 430).

Wir nehmen als relativen Brechungsexponenten des Teilchens bezüglich seines Lösungsmittels $m' = 1,2$ an. Ist also das Lösungsmittel Wasser ($m_0 = 1,33$), so ist für das Teilchen $m = 1,60$. Wir berechnen die Strahlung für

$$\alpha = \frac{d\pi}{\lambda'} = 1 \quad \text{und} \quad \alpha = 1,5.$$

Der Durchmesser d , für den die folgenden Tabellen gelten, hängt also davon ab, welche Wellenlänge λ' im Lösungsmittel wir wählen. Nur um zu konkretisieren, nehmen wir an, die Wellenlänge in Luft sei $\lambda = 550 \mu\mu$ und das Lösungsmittel sei Wasser, betonen aber, daß die Ergebnisse für alle Lösungsmittel gelten, für alle Wellenlängen und alle nichtleitende kugelförmige Teilchen, deren relativer Brechungsexponent bezüglich des Lösungsmittels 1,2 ist.

Unter diesen Annahmen wird $d = 131 \mu\mu$ bzw. $d = 196 \mu\mu$.

Im ersten Falle ($\alpha = 1$) wird in der Mieschen Bezeichnungsweise

$$u_1 = 0,8105 \cdot e^{-i32,70^\circ}; \quad v_1 = 0,9469; \quad w_1 = 0,8496 (1 - i);$$

$$u_2 = 0,9112 \cdot e^{-i1,70^\circ}; \quad v_2 = 0,9772; \quad w_2 = 1,149 - 0,05419 i.$$

Daraus ergibt sich

$$a_1 = 0,1116 - 0,008297 i; \quad p_1 = 0,01349 - 0,0001224 i;$$

$$a_2 = 0,01111 - 0,00004458 i,$$

und es berechnet sich die folgende Tabelle:

Dielektrische Teilchen von $131 \mu\mu$ Durchmesser.

γ	\mathfrak{I}_I	\mathfrak{I}_{II}	$\frac{\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II}}{(\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})_{90^\circ}}$	$\frac{\mathfrak{I}_I - \mathfrak{I}_{II}}{(\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})_{90^\circ}}$	P
0°	0,01306	0,01306	1,989	0,0000	0,0000
30	0,01300	0,01101	1,828	0,1516	0,0829
60	0,01280	0,00561	1,402	0,5475	0,3905
90	0,01253	0,00060	1,000	0,9084	0,9084
120	0,01225	0,00137	1,038	0,8285	0,7989
150	0,01208	0,00792	1,522	0,3153	0,2072
180	0,01199	0,01199	1,826	0,0000	0,0000

Das Diagramm Fig. 3 beweist deutlich, daß die Teilchen intensiver nach rückwärts strahlen als nach vorwärts.

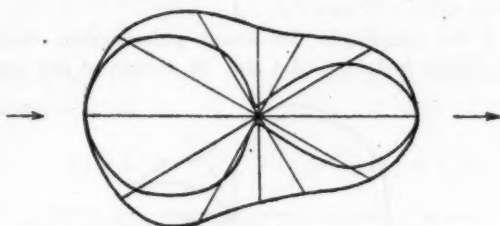


Fig. 3. Dielektrische Teilchen von $131 \mu\mu$ Durchmesser. $\lambda = 550 \mu\mu$.
Relativer Brechungsexp. 1,2.

Stärker tritt das noch bei dem zweiten von uns berechneten Falle $\alpha = 1,5$ zutage. Hier gilt

$$\begin{aligned} u_1 &= 0,3080 \cdot e^{-43,9^\circ i}; & v_1 &= 0,8443; & w_1 &= 0,1690 - 0,5670 i; \\ u_2 &= 0,7978 \cdot e^{-11,7^\circ i}; & v_2 &= 0,9421; & w_2 &= 1,287 - 0,3959 i; \\ a_1 &= 0,08531 - 0,01720 i; & p_1 &= 0,02728 - 0,001717 i; \\ a_2 &= 0,02177 - 0,000646 i, \end{aligned}$$

und es ergibt sich die folgende Tabelle:

Dielektrische Teilchen von $196 \mu\mu$ Durchmesser.

γ	\mathfrak{I}_I	\mathfrak{I}_{II}	$\frac{\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II}}{(\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})_{90^\circ}}$	$\frac{\mathfrak{I}_I - \mathfrak{I}_{II}}{(\mathfrak{I}_I + \mathfrak{I}_{II})_{90^\circ}}$	P
0°	0,008583	0,008583	1,720	0,0000	0,0000
30	0,008443	0,008416	1,689	0,0270	0,0160
60	0,008071	0,008644	1,473	0,1429	0,0970
90	0,007574	0,002411	1,000	0,5171	0,5171
120	0,007094	0,000063	0,7168	0,7044	0,9826
150	0,006751	0,003486	1,026	0,9271	0,3188
180	0,006628	0,006628	1,328	0,0000	0,0000

Die Verhältnisse werden durch das Diagramm Fig. 4 dargestellt.

Im Gegensatz hierzu behandeln wir jetzt Teilchen, deren optische Dielektrizitätskonstante $\epsilon + \Delta\epsilon$ nur sehr wenig von der D.E.C. des Lösungsmittels abweicht, und zwar für jede beliebige Form der Partikeln. Dieser Fall läßt sich in aller Strenge behandeln.

Nach Lorentz¹⁾ leitet sich nämlich in diesem Falle das elektromagnetische Feld aus dem Hertzschen Vektor

$$(1) \quad \mathfrak{H}_z = \frac{A e}{4\pi s} A e^{i\tau t} \int \frac{e^{ik(\xi - R)}}{R} d\tau$$

ab, wo A die Amplitude der linear polarisierten ebenen erregenden Welle bedeutet, die sich in Richtung der negativen

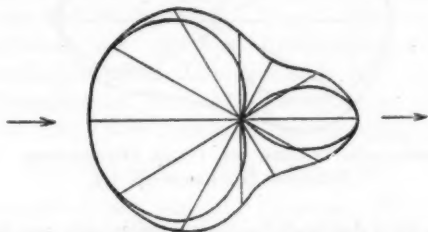


Fig. 4. Dielektrische Teilchen von $196 \mu\mu$ Durchmesser. $\lambda = 550 \mu\mu$
Relativer Brechungsexp. 1,2.

z -Achse fortpflanzt. R ist der Abstand des Aufpunktes x, y, z von einem Punkte ξ, η, ζ des Teilchens, und die Integration erstreckt sich über alle Elemente $d\tau = d\xi d\eta d\zeta$ der Partikel.

Zur Berechnung der Strahlung interessiert uns nur der Wert von \mathfrak{H} für sehr große r , so daß die höheren Potenzen von $1/r$ zu vernachlässigen sind, wenn r der Abstand des Aufpunktes vom Schwerpunkte des Teilchens ist. Dann reduziert sich \mathfrak{H} auf

$$(2) \quad \mathfrak{H}_z = \frac{A e A}{s 4\pi r} e^{i\tau(t - \frac{r}{v})} \int e^{ik[\frac{x}{r}\xi + \frac{y}{r}\eta + (\frac{z}{r} + 1)\zeta]} d\tau.$$

v ist hier die Lichtgeschwindigkeit im Lösungsmittel und $k = \frac{2\pi}{\lambda'}$ (λ' Wellenlänge im Lösungsmittel).

Wir wenden (2) zunächst auf Kugeln des beliebigen Radius a an.

Zur Ausführung der Quadratur setzen wir

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \alpha'; & \frac{x}{r} &= p \alpha; \\ \eta &= \rho \beta'; & \frac{y}{r} &= p \beta; \\ \zeta &= \rho \gamma'; & \frac{z+r}{r} &= p \gamma \end{aligned}$$

1) H. A. Lorentz, Les théories statistiques en thermodynamique, Leipzig u. Berlin 1916, S. 83.

mit der Bestimmung, daß

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1; \quad \alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = 1,$$

so daß

$$p^2 = 2 \left(1 + \frac{z}{r} \right) = 2(1 + \cos \vartheta) = 4 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}, \quad \text{also } p = 2 \cos \frac{\vartheta}{2}$$

wird.

Setzen wir $\alpha \alpha' + \beta \beta' + \gamma \gamma' = \cos \Omega$, so erhalten wir für das Integral in (2)

$$(3) \quad 2\pi \int_0^a \int_0^\pi e^{ik\rho p \cos \Omega} \cdot \rho^2 d\rho \sin \Omega d\Omega = V \Theta,$$

wo V das Volumen der Kugel,

$$(4) \quad \Theta = 3 \frac{\sin u - u \cos u}{u^3} = 3 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{J_{3/2}(u)}{u^{3/2}}$$

ist, unter $J_{3/2}$ die Besselsche Funktion der Ordnung $3/2$ verstanden, und

$$(5) \quad u = \frac{4\pi a}{\lambda'} \cos \frac{\vartheta}{2}$$

bedeutet.

So folgt

$$(6) \quad \mathcal{B}_x = \frac{AsA}{s \cdot 4\pi r} e^{i\nu \left(t - \frac{r}{v} \right)} V \cdot \Theta.$$

Da $\lim_{u=0} \Theta = 1$ ist, stellt Θ^2 den Faktor dar, mit dem die Lichtintensitäten eines unendlich kleinen Teilchens multipliziert werden müssen, um die eines Teilchens endlicher Dimensionen zu erhalten. Die folgende mittels der Funktionentafeln von Jahnke und Emde berechnete Tabelle gibt Θ^2 als Funktion von u .

u	Θ^2	u	Θ^2	u	Θ^2
0	1,0000	5	0,00326	10	0,00087
1	0,8160	6	0,00704	11	0,00001
2	0,4266	7	0,00163	12	0,00034
3	0,1194	8	0,00016		
4	0,00758	9	0,00126		

Für $\vartheta = \pi$, d. h. in Richtung der Fortpflanzung des einfallenden Lichts ist $u = 0$, also $\Theta^2 = 1$. Für kleinere Werte von ϑ wächst u , und Θ^2 nimmt im allgemeinen ab, so daß wir sagen können: Im allgemeinen ist die Strahlung um so

intensiver, je mehr ihre Richtung mit der des einfallenden Lichts zusammenfällt. Jedoch ist zu bedenken, daß Θ^2 für alle diejenigen Richtungen verschwindet, deren entsprechendes

$$u = \frac{4\pi a}{\lambda'} \cos \frac{\vartheta}{2}$$

eine Wurzel der Gleichung $u = \operatorname{tg} u$ ist.

Für nicht kugelförmige Teilchen entwickeln wir die Exponentialfunktion im Integral von (2) in eine Potenzreihe, wollen uns aber auf die Glieder mit k und k^2 beschränken. Erstere fallen bei der Integration über den Raum fort, da der Ursprung der Schwerpunkt der Partikel ist. So folgt, wenn wir das Integral wieder gleich $V\Theta$ setzen,

$$V\Theta = V - \frac{k^2}{2} \left[\frac{x^2}{r^2} J_x + \frac{y^2}{r^2} J_y + \left(\frac{x}{r} + 1 \right)^2 J_z + 2 \left(\frac{y}{r} \left(\frac{x}{r} + 1 \right) J_{yz} + \left(\frac{x}{r} + 1 \right) \frac{x}{r} J_{zx} + \frac{xy}{r^2} J_{xy} \right) \right],$$

wenn

$$J_x = \int \xi^2 d\tau, \quad J_{yz} = \int \eta \zeta d\tau \quad \text{usw.}$$

Wir haben also als Faktor, mit dem die Intensitäten eines unendlich kleinen Teilchens multipliziert werden müssen, damit wir die eines endlichen erhalten,

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} \Theta^2 = 1 - \frac{k^2}{V} & \left[J_x \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi + J_y \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi + 4J_z \cos^4 \frac{\vartheta}{2} \right. \\ & + 2 \left(J_{xy} \sin^2 \vartheta \sin \varphi \cos \varphi + 2J_{yz} \sin \vartheta \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \sin \varphi \right. \\ & \left. \left. + 2J_{zx} \sin \vartheta \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \cos \varphi \right) \right], \end{aligned} \right.$$

eine von der Form und Orientierung der Partikel sowie von der Beobachtungsrichtung abhängige Funktion.

Beobachtet man nicht ein Einzelteilchen, sondern viele ungeordnete Partikeln in einem Lösungsmittel, so wird der Mittelwert

$$(8) \quad \overline{\Theta^2} = 1 - \frac{k^2 J}{V} \left(\sin^2 \vartheta + 4 \cos^4 \frac{\vartheta}{2} \right) = 1 - \frac{2k^2 J}{V} (1 + \cos \vartheta),$$

wo

$$J = \frac{J_1 + J_2 + J_3}{3}$$

der Mittelwert der drei Hauptträgheitsmomente ist.

Auch in diesem Falle strahlt das System also mehr nach vorn ($\vartheta > \pi/2$) als nach hinten ($\vartheta < \pi/2$).

Zusammenfassend können wir sagen, daß bei nicht absorbierenden Teilchen je nach den Bedingungen die Strahlung größerer Partikeln nach vorn oder nach hinten intensiver sein kann.

III. Experimentelle Prüfung.

Um in konkreten Fällen die Erscheinung der besprochenen unsymmetrischen Strahlung in einfacher Weise qualitativ beobachten und entscheiden zu können, in welcher Richtung die Teilchen besonders das Licht abbeugen, benutzte ich die Versuchsanordnung der Fig. 5. Ein paralleles Strahlenbündel

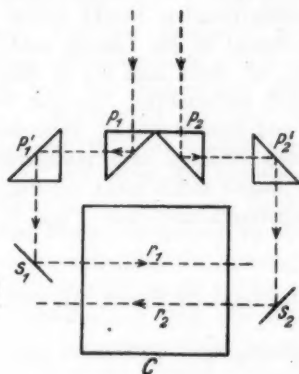


Fig. 5.

wird mittels der rechtwinkligen Prismen P_1 und P_2 in zwei gleiche Teile geteilt und mit Hilfe der Prismen P_1' und P_2' sowie der Spiegel S_1 und S_2 als parallele Strahlen r_1 und r_2 entgegengesetzter Richtung durch den würfelförmigen Glas-trog C gesandt.

Füllt man den Trog mit einer kolloidalen Silberlösung oder mit Zigarettenrauch und blickt, hinter S_1 stehend, unter spitzem Winkel von oben auf die Strahlen, so erscheint r_2 heller als r_1 , d. h. die Teilchen strahlen stärker nach vorne als nach hinten. Um sich zu überzeugen, daß dieser Unterschied nicht etwa in ungleichen Beleuchtungsintensitäten seine

Ursache hat, braucht man sich nur hinter S_2 zu stellen und von dort schräg nach unten auf die Strahlen zu sehen. Sofort erscheint r_1 heller. Besonders deutlich wird die Erscheinung, wenn man in den gemeinsamen Strahlengang des parallelen Lichtbündels ein so stark absorbierendes Farbenfilter (z. B. blaues und grünes Glas gleichzeitig) einschaltet, daß der eine der beiden Strahlen r_1 und r_2 sehr schwach erscheint. Der andere ist dann deutlich sichtbar und der Kontrast sehr auffallend. Nebenbei bemerkt sieht man bei Beleuchtung mit weißem Licht in Silberlösungen die beiden Strahlen in verschiedenen Farbentönen, was sich durch die Verschiedenheit der Strahlungsdiagramme für verschiedene Wellenlängen erklärt.

Auch in Gummigutt- und Mastixrübungen sah ich stets den mir entgegenkommenden Strahl heller. Wenn zufällig einige größere Teilchen in der Lösung sind, wie etwa Staub oder Luftbläschen, so sieht man sie in dem Strahl, der auf einen zukommt, hell aufleuchten, dagegen im anderen nicht.

Gummigutt- und Mastixteilchen, Staubpartikeln und Luftbläschen in Wasser strahlen also intensiver nach vorn als nach hinten, hier liegen somit nicht die Bedingungen vor, für die die Strahlungsdiagramme der Figg. 3 und 4 charakteristisch sind.

La Plata, Instituto de Física, 27. Sept. 1924.

(Eingegangen 3. November 1924.)

3. Bemerkung
zu der Arbeit des Hrn. Arthur v. Hippel:
„Die Theorie des Thermomikrophons“;¹⁾
von J. Friese und E. Waetzmann.

Zu der in einem der letzten Hefte dieser Zeitschrift erschienenen interessanten Arbeit — und zwar speziell zu dem Abschnitt B 2a, S. 525 bis 532 — sei uns eine kurze Bemerkung gestattet, weil wir einerseits glauben, daß Hrn. v. Hippel an einer entscheidenden Stelle ein Irrtum untergelaufen ist, und weil wir andererseits die Berechnung des gleichen Problems bereits seit längerer Zeit fertig liegen haben.²⁾ Mit der ausführlichen Veröffentlichung hatten wir bisher gezögert, weil wir zuvor die experimentellen Resultate noch weiter ausbauen wollten. Die Rechnungen sollen in einem der nächsten Hefte der Zeitschrift für Physik als Fortsetzung zu unserer Arbeit: „Relative Temperaturmessungen in stehenden Schallwellen“³⁾ mitgeteilt werden.

Die Ausgangsgleichungen und die Grenz(Übergangs-)bedingungen sind bei v. Hippel und uns die gleichen; nur haben wir das Strahlungsglied im Ansatz fortgelassen und seinen Einfluß erst später diskutiert. Die von v. Hippel angegebene Lösung (11) seiner Differentialgleichung (10) wird aber der notwendig zu stellenden Bedingung nicht gerecht, daß im Unendlichen die Temperaturschwankungen der Luft ungestört bleiben. Es hätte die von Hankel⁴⁾ angegebene Kombination der beiden partikulären Lösungen der Besselschen Differentialgleichung (10) benutzt werden müssen. Verfährt man in dieser

1) Ann. d. Phys. 75. S. 521. 1924.

2) Vorgetragen in der Sitzung der Naturw. Sektion der Schles. Gesellschaft f. vaterländische Kultur vom 23. VII. 1924.

3) Zeitschr. f. Physik, 29. S. 110. 1924.

4) Vgl. Jahnke-Emde, Funktionentafeln, S. 94.

Weise, so kommt man zu einem Resultat, das für Platindraht in Fig. 1 dargestellt ist. Als Abszisse ist das Produkt nR^2 (n Schwingungszahl pro sec, R Drahtradius in cm) aufgetragen und als Ordinate das Verhältnis V der Temperaturamplitude im Drahte zur Temperaturamplitude in Luft.

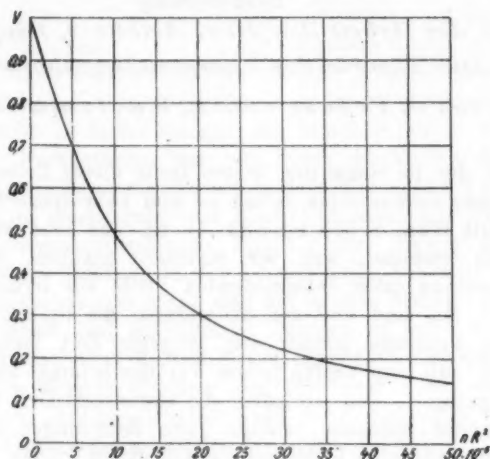


Fig. 1.

Um den Unterschied in den beiderseitigen Resultaten zu charakterisieren, geben wir ein Zahlenbeispiel: Für einen 10μ -Draht und die Schwingungszahl 100 pro sec gibt v. Hippel (S. 531) für das Verhältnis V den Wert 0,00042 an, während sich aus unserer Kurve der Wert 0,253 ergibt.

Breslau, Physikal. Institut, 20. November 1924.

(Eingegangen 21. November 1924.)

4. Über einige Periodizitätseigenschaften von mechanischen Systemen und Quantentheorie; von Gleb Wataghin in Turin.

§ 1. Hr. Ehrenfest hat die Vermutung ausgesprochen¹⁾: wenn in einem mechanischen System von κ Freiheitsgraden die kanonischen Veränderlichen $q_1 q_2 \dots q_\kappa p_1 \dots p_\kappa$ eine Entwicklung in u -fache Fourierreihen gestatten, und wenn man mit ρ die Dimension desjenigen Gebietes im (q, p) -Raum bezeichnet, welches durch die Bahn des Systems überall dicht erfüllt wird, so gilt

$$(1) \quad u = \rho.$$

Hier muß noch u seinen Minimalwert haben, d. h. es dürfen zwischen den Frequenzen $\nu_1 \nu_2 \dots \nu_u$ der Fourierentwicklung keine Beziehungen vom Typus

$$(1') \quad m_1 \nu_1 + m_2 \nu_2 + \dots + m_u \nu_u = 0$$

mit ganzzahligen m_i bestehen.

Wir wollen diese Vermutung analysieren und versuchen, allgemein die Beziehungen zwischen den drei Zahlen u , ρ und κ zu erhalten. So gelangen wir zu dem Resultat: *obwohl im allgemeinen der Fall $u > \kappa$ (und sogar $u > 2\kappa$) vorkommen kann, ist dieser Fall speziell für die stationären Zustände der Atome auszuschließen, da, wenn $u > \kappa$ ist, die Kräfte kein Potential haben, und also kein Energieintegral existieren kann.*

§ 2. Ist eine Funktion $q(w_1 w_2 \dots w_u)$ in eine trigonometrische Reihe entwickelbar:

$$(2) \quad q = \sum_i U_i,$$

wo U_i ganze rationale Funktionen der Argumente:

$$\sin 2\pi w_r, \quad \cos 2\pi w_r, \quad (r, s = 1, 2, 3 \dots u)$$

1) Zeitschr. f. Phys. 19. Heft 4. November 1923. S. 242 „Kann die Bewegung eines Systems von s Freiheitsgraden mehr als $(2s - 1)$ -fach periodisch sein?“

sind, so ist sie ersichtlich auch periodisch in jeder der Variablen w_r (Periode 1), also:

$$(3) \quad q(w_1 + m_1, w_2 + m_2, \dots, w_u + m_u) = q(w_1 w_2 \dots w_u),$$

wo $m_1 m_2 \dots m_u$ beliebige ganze Zahlen sind.

Umgekehrt, ist die Funktion $q(w_1 w_2 \dots w_u)$ überall einwertig bestimmt; stetig und periodisch in jeder Variablen w_r , so folgt aus der Periodizitätseigenschaft (3), daß q in eine gleichmäßig konvergente Reihe vom Typus (2) entwickelbar ist.¹⁾

Insbesondere ist $q(w_1 \dots w_u)$ eine ganze Funktion von w_r , so ist die Reihe (2) eine u -fache Fourierreihe²⁾:

$$(2') \quad q = \sum C_{s_1 s_2 \dots s_u} e^{2\pi i (s_1 w_1 + s_2 w_2 + \dots + s_u w_u)}.$$

Diese Bemerkungen interessieren uns nur, um festzustellen, daß alle mechanischen Systeme von bedingt-periodischem Charakter, insbesondere auch diejenigen, die mittels der Uniformisierungsvariablen, im Sinne Bohrs, beschrieben werden können, folgende Eigenschaften aufweisen:

Annahme A: Die Bewegungsgleichungen für diese Systeme können dadurch erhalten werden, daß man die kanonischen Veränderlichen $q_i p_i$ mittels einer Anzahl u von gewissen Variablen w_r ausdrückt, in denen alle q_i, p_i periodisch sind mit der Periode 1 [also gelten die Beziehungen vom Typus (3)]:

$$(4) \quad \begin{cases} q_i = q_i(w_1 w_2 \dots w_u), \\ p_i = p_i(w_1 w_2 \dots w_u) \end{cases} \quad i = 1, 2 \dots \kappa.$$

Diese Variablen sind aber während der Bewegung lineare Funktionen der Zeit:

$$(5) \quad w_1 = \nu_1 t + \delta_1, \quad w_2 = \nu_2 t + \delta_2 \dots w_u = \nu_u t + \delta_u,$$

so daß die Bewegungsgleichungen mittels der Substitution von (5) in (4) entstehen:

$$(6) \quad \begin{cases} q_i = q_i(\nu_1 t + \delta_1 \dots \nu_u t + \delta_u), \\ p_i = p_i(\nu_1 t + \delta_1 \dots \nu_u t + \delta_u), \end{cases} \quad i = 1, 2 \dots \kappa.$$

1) Siehe Piers Bohl, Dissertation. Dorpat 1893. S. 13. Diese Dissertation war mir, während ich diese Arbeit schrieb, unbekannt; ich wurde auf sie von den Herren A. Sommerfeld und H. Bohr in liebenswürdiger Weise hingewiesen.

2) Weierstrass, Ges. Werke. Einige auf die Theorie der analytischen Funktionen sich beziehende Sätze.

Wir setzen noch voraus, daß zwischen den Frequenzen ν_i keine lineare Beziehung vom Typus (1') mit ganzzahligen Koeffizienten m_i bestehen.

Für die Stetigkeit der Bewegung muß man auch die Stetigkeit der Funktionen (4) annehmen.

Im folgenden betrachten wir allgemein Systeme, die die eben zitierten Eigenschaften besitzen. Alle Beweise können leicht für den von Ehrenfest betrachteten Fall (a. a. O. § 4) mit kleinen Modifikationen wiederholt werden.

Man betrachte momentan in (4) die w_i als unabhängige Variablen. Jedem Wertesystem der w_i wird ein Phasenpunkt $(q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_n)$ in dem $2n$ -dimensionalen (q, p) -Raum korrespondieren. Verändern sich alle w_i stetig zwischen den Grenzen $0 \leq w_i \leq 1$, so beschreibt der Bildpunkt im (q, p) -Raum ein Gebiet, das wir G -Gebiet nennen wollen. Verändern sich die w_i von $-\infty$ bis $+\infty$, so wird im Phasenraume, dank der Periodizität der q_i, p_i , dasselbe Gebiet G erzeugt (vgl. 3). Es ist klar, daß der Anfangspunkt und die ganze Bahn des Systems in dem Gebiete G sich befinden.

Wir behaupten nun, daß die Bahn das eben definierte Gebiet G überall dicht erfüllt.

Für den Beweis wählen wir nach Belieben einen Punkt $(q_1^0 \dots q_n^0, p_1^0 \dots p_n^0)$ aus dem Gebiete G und es seien $w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0$ die zugehörigen Werte von w_i .

Nach unserer Annahme (A) gelten für das System die Bewegungsgleichungen in der Form (6). Wir werden zeigen: wenn man die Konstanten δ_i (d. h. die Anfangswerte von w_i) nach Willkür wählt, und also einen beliebigen Punkt im G -Gebiet als Anfangspunkt betrachtet, so gibt es immer unendlich viele Werte der Zeit t , für welche der Bahnpunkt (q_i, p_i) jedem nach Willkür vorgeschriebenen Punkte (q_i^0, p_i^0) im G -Gebiet beliebig nahe kommt.

(Man beachte, daß der Punkt (q_i^0, p_i^0) nicht ein Punkt der Bahn zu sein braucht.)

Wir müssen also zeigen, daß die Ungleichungen

$$(7) \quad |q_i - q_i^0| < \varepsilon, \quad |p_i - p_i^0| < \varepsilon, \quad i = 1, 2 \dots n$$

durch passende Wahl von t immer befriedigt werden können. Da aber die Funktionen (4) stetig und periodisch (mit

Periode 1) sind, genügt es für das Bestehen von (7), daß die Differenzen $|w_i - w_i^0|$ nahe ganzen Zahlen seien, also die Beziehungen

$$(7) \quad w_i^0 - \delta_i - v_i t = m_i + \eta_i$$

mit ganzzahligen m_i und $|\eta_i| < \eta$, wo η beliebig klein ist, befriedigt werden können. (Die Addition und Subtraktion ganzer Zahlen zu w_i ändert nicht die Werte von q_i, p_i .)

Wir bezeichnen mit $R(x)$ den Rest, der verbleibt, wenn man von der reellen Größe x den ganzen Teil subtrahiert, falls $x > 0$ ist, oder die Differenz zwischen x und der nächsten kleineren ganzen Zahl, falls $x < 0$ ist. Also ist

$$(8) \quad 0 \leq R(x) < 1.$$

Dann können wir unsere Aufgabe folgendermaßen formulieren: Wir müssen solche Werte von t suchen, daß die Reste $R(v_i t)$ sich von den korrespondierenden Resten $R(w_i^0 - \delta_i)$ nur um unendlich kleine Größen η_i unterscheiden. (Wir beschränken uns auf die Annahme, daß alle $v_i > 0$ sind. Die eventuelle Modifikation für $v_i < 0$ sind ersichtlich leicht einzuführen.) Die Möglichkeit, solche Werte von t zu finden, folgt unmittelbar aus einem bekannten Theorem, das wir hier erläutern¹⁾:

Betrachtet man ein System von Variablen $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ als Cartesische Koordinaten in einem n -dimensionalen Raume, so erfüllen die Punkte $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ die mittels der Gleichungen

$$(9) \quad \xi_1 = R(v_1 t), \quad \xi_2 = R(v_2 t) \dots \xi_n = R(v_n t)$$

definiert sind und durch stetige Veränderung von t zwischen 0 und ∞ entstehen, den Einheitswürfel überall dicht.

Betrachtet man jetzt einen anderen Punkt dieses Raumes:

$$(10) \quad \xi_1^0 = R(w_1^0 - \delta_1), \quad \xi_2^0 = R(w_2^0 - \delta_2) \dots \xi_n^0 = R(w_n^0 - \delta_n),$$

so wird ersichtlich [siehe (8)] dieser Punkt auch im Innern des Einheitswürfels sein. Nach eben zitiertem Theorem gibt es also unendlich viele Werte von t , für welche der Punkt (9) dem Punkte (10) beliebig nahe kommt, so daß alle Differenzen $\xi_i - \xi_i^0 = R(v_i t) - R(w_i^0 - \delta_i)$ beliebig klein werden. Mithin sind die Beziehungen (7), (7) und also das ganze Theorem bewiesen.

1) Siehe z. B. Perron, Irrationalzahlen, S. 156. 1921.

Ist der Punkt q_i^0, p_i^0 ein Bahnpunkt, so folgt aus unserem Satze, daß das System zu der Gestalt und Stellung, die es einmal eingenommen hat, immer wiederkehrt¹⁾ und nähert sich diesen früher angenommenen Zuständen beliebig an, ohne mit ihnen zusammenzufallen.

Sind auch $\frac{\partial q_i}{\partial w_r}, \frac{\partial p_i}{\partial w_r}, \frac{\partial q_i}{\partial t} = \sum_r v_r \frac{\partial q_i}{\partial w_r}, \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2}$ usw.

stetig, so kehren die Werte auch dieser Funktionen (die periodisch in w_i sind) mit q_i, p_i zu den Anfangswerten zurück; die Bewegung verhält sich also tatsächlich quasiperiodisch.

§ 3. Das Problem über die Beziehungen zwischen ρ, u und κ (ρ Dimensionszahl, u -Periodizitätszahl und κ die Zahl der Freiheitsgrade) kann jetzt näher analysiert werden. ρ ist direkt die Dimensionszahl des G -Gebietes. Die erste Folgerung aus dem eben bewiesenen Satze ist, daß ρ den Wert u nicht überschreiten kann:

$$(11) \quad \rho \leq u.$$

Doch können im allgemeinen u und ρ größer als κ sein. Man erkennt sofort, daß der Wert von ρ die Charakteristik der Matrix ist:

$$(12) \quad \begin{vmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial w_1} & \frac{\partial q_2}{\partial w_1} & \cdots & \frac{\partial q_\kappa}{\partial w_1} & \frac{\partial p_1}{\partial w_1} & \cdots & \frac{\partial p_\kappa}{\partial w_1} \\ \frac{\partial q_1}{\partial w_2} & \frac{\partial q_2}{\partial w_2} & \cdots & \frac{\partial q_\kappa}{\partial w_2} & \frac{\partial p_1}{\partial w_2} & \cdots & \frac{\partial p_\kappa}{\partial w_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial q_1}{\partial w_u} & \frac{\partial q_2}{\partial w_u} & \cdots & \frac{\partial q_\kappa}{\partial w_u} & \frac{\partial p_1}{\partial w_u} & \cdots & \frac{\partial p_\kappa}{\partial w_u} \end{vmatrix}.$$

Nennen wir diese Charakteristik m ($m \leq u$), so ist $\rho = m \leq 2\kappa$. Doch genügen unsere Annahmen für die Bestimmung dieser

1) Es sei z. B. $w_i^0 = \delta_i$, d. h. der Punkt (q_i^0, p_i^0) der Anfangspunkt der Bewegung. Dann genügt es zu zeigen, daß unendlich viele solche Zeitpunkte t existieren, für welche alle Produkte $v_i t$ nahe ganze Zahlen sind. Dies aber folgt aus dem wohlbekannten Satze, der für unabhängige Frequenzen [siehe (1)] gilt: man kann alle v_i mit solcher Annäherung durch rationale Brüche q_i/σ mit gemeinsamem Nenner darstellen, daß, die Differenzen $|v_i - q_i/\sigma|$ noch mit dem Nenner multipliziert, beliebig klein werden. (Dies wird erwähnt z. B. schon bei Kronecker und Hermite. Kronecker: „Die Periodensysteme von Funktionen reeller Variablen“. Berl. Königl. Akad., Berlin 1894. 29. S. 1071; Hermite: „Sur la fonction exponentielle“. Ges. W.)

Charakteristik nicht. In der Tat, aus der Voraussetzung der Periodizität der Funktionen (4) kann man ersichtlich keinen Schluß über die Beziehungen zwischen diesen ziehen. Man muß also unsere Annahmen über die Funktionen (4) etwas spezialisieren. Z. B. kann man annehmen, daß unsere u -Variablen $w_1 w_2 \dots w_u$, die uns etwas künstlich die Erledigung der Bewegungsgleichungen ermöglichen, nur einen Teil eines neuen Systems von 2π unabhängigen Veränderlichen ($u < 2\pi$) bilden, von denen alle anderen $(2\pi - u)$ Variablen konstant während der Bewegung bleiben. Dies ist der häufigste Fall, der insbesondere bei den Uniformisierungsvariablen von Bohr auftritt. Dann aber ist $\frac{\partial (w_1 \dots w_u w_{u+1} \dots w_{2\pi})}{\partial (q_1 \dots q_n p_1 \dots p_n)} \neq 0$ also notwendig $m = u$ und in diesem Falle ist die ($u = \varrho$)-Vermutung von P. Ehrenfest richtig, d. h.

$$\varrho = u$$

für die gewöhnlichen Winkelvariablen, für die Uniformisierungsvariablen im Sinne Bohrs und allgemein für Variablen, die obige Annahme (A) erfüllen.

§ 4. Für die Quantentheorie ist besonders interessant die Frage, ob der Fall $u > \pi$ vorkommen kann oder nicht (wie es Hr. P. Ehrenfest in seiner Abhandlung, a. a. O. § 6 erwähnt). Wir behaupten, daß im allgemeinen der Fall $u > \pi$ wirklich vorkommen kann, doch haben dann die Kräfte kein Potential, also das System ist kein konservatives System. Daraus folgt, daß für stationäre Zustände der Atome dieser Fall auszuschließen ist.

Für die erste Behauptung mag ein Beispiel genügen: Es handle sich um eine Art von Lissajous Bewegung mit zwei Freiheitsgraden. Die Bewegung eines Massenpunktes in der (x, y) -Ebene (x, y -rechtwinklige kartesische Koordinaten) sei durch folgende Gleichungen gegeben:

$$(13) \quad \begin{cases} x = a_1 \sin 2\pi w_1 + a_2 \sin 2\pi w_2, \\ y = a_3 \sin 2\pi w_3 + a_4 \sin 2\pi w_4 + a_5 \sin 2\pi w_5, \end{cases}$$

$$(13') \quad w_1 = t, \quad w_2 = \sqrt{2}t, \quad w_3 = \sqrt{3}t, \quad w_4 = \sqrt{5}t, \quad w_5 = \sqrt{7}t.$$

Ist die Masse des Punktes gleich 1, so ergeben sich für die Impulse folgende Ausdrücke:

$$(14) \begin{cases} p_x = \frac{\partial E_{\text{kin}}}{\partial x'} = x' = 2\pi a_1 \cos 2\pi t + 2\pi \sqrt{2} a_2 \cos 2\pi \sqrt{2} t = \\ \quad = 2\pi (a_1 \cos 2\pi w_1 + \sqrt{2} a_2 \cos 2\pi w_2), \\ p_y = \frac{\partial E_{\text{kin}}}{\partial y'} = y' = 2\pi (\sqrt{3} a_3 \cos 2\pi w_3 + \sqrt{5} a_4 \cos 2\pi w_4 + \\ \quad + \sqrt{7} a_5 \cos 2\pi w_5) \end{cases}$$

und analog für die Kraftkomponenten:

$$(15) \begin{cases} X = \frac{d^2 x}{dt^2} = -4\pi^2 (a_1 \sin 2\pi w_1 + 2a_2 \sin 2\pi w_2) = \\ \quad -4\pi^2 x - 4\pi^2 a_2 \sin 2\pi w_2, \\ Y = \frac{d^2 y}{dt^2} = -12\pi^2 y - 4\pi^2 (2a_4 \sin 2\pi w_4 + 4a_5 \sin 2\pi w_5). \end{cases}$$

Die Formeln (14) gestatten folgende Deutung: die ersten Glieder stellen eine quasielastische Bindung dar, alle anderen zeitlich-periodische Kräfte, die sich der quasielastischen Kraft überlagern. Ein solches System kann man leicht konstruieren (z. B. mit Righis Doppelpendel). Nun haben wir aber $\kappa = 2$, $u = 5$. Mithin ist die Möglichkeit $u > 2\kappa$ bewiesen.

Für die zweite Behauptung beschränken wir unseren Beweis auf dasselbe Beispiel. Der allgemeine Fall ist in ganz ähnlicher Weise zu behandeln. Aus (13) folgt, daß die Bahn in der (x, y) -Ebene ein Rechteck überall dicht erfüllt. Aus dem oben bewiesenen Theorem folgt aber unmittelbar, daß die Bahn des Phasenpunktes (x, y, x', y') eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit erfüllen wird, da hier das G -Gebiet die Dimension $\rho = 4$ hat. In der Tat: $\frac{\partial (xyx'y')}{\partial (w_1, w_2, w_3, w_4)} \neq 0$, also $m = \rho = 4$, vgl. (12). Daraus erhellt, daß zwischen $xyx'y'$ keine Energiegleichung bestehen kann. Dies wird immer der Fall, wenn $u > 2\kappa$ und $m = 2\kappa$ ist. Für $\kappa < u < 2\kappa$ muß man andere Betrachtungen heranziehen, die wir an demselben Beispiel erläutern wollen.

Wählt man einen beliebigen Punkt (x_1, y_1) des Rechteckes, welches von der Bahn erfüllt wird ($|x_1| < |a_1| + |a_2|$, $|y_1| < |a_3| + |a_4| + |a_5|$), so ist es möglich, falls $u > 2$ (im allgemeinen, falls $u > \kappa$) ist, ihm unendlich viele, um endliche Größen voneinander verschiedene Wertesysteme der Variablen w_i zuzuordnen. Es seien $w_1^0, w_2^0, \dots, w_5^0$ und w_1', \dots, w_5' zwei solche Wertesysteme. Da die zugehörigen Frequenzen unab-

hängig sind, so ist es immer möglich, unendlich viele solche Zeitpunkte t^0 und t' zu bestimmen, für welche die Differenzen $|w_i^0 - v_i t^0|$ und $|w_i' - v_i t'|$ beliebig nahe ganze Zahlen sind (siehe Kronecker, a. a. O.). Dann aber sind die den Zeitpunkten t^0 und t' zugehörigen Bahnpunkte unendlich benachbart, da beide von dem Punkte $x_1 y_1$ in unendlich kleiner Entfernung liegen.

Doch sind die Kraftkomponenten in diesen zwei Bahnpunkten nach (15) um endliche Größe voneinander verschieden, da im allgemeinen die dem Punkte $(x_1 y_1)$ zugehörigen Wertesysteme w_i^0 und w_i' nicht zu denselben Werten von x'', y'' führen [siehe (15)]. In diesem Falle kann ersichtlich kein Potential existieren. Die Kräfte müssen explizite von der Zeit abhängen. Das System kann kein konservatives System sein.

Für die Atome muß man aber annehmen auf Grund der Frequenzbedingung und der Deutung der Spektraltermen, daß in stationären Zuständen die Energie des Systems erhalten bleibt (das ist die Definition der stationären Zustände selbst). Mithin ist unsere Behauptung, daß der Fall $u > \kappa$ für Atome auszuschließen ist, gerechtfertigt.

Es sei erwähnt, daß die Quantenregeln bisher nur für den Fall $u < \kappa$ aufgestellt sind.

Turin, September 1924.

(Eingegangen 17. November 1924.)

**5. Experimentaluntersuchungen
über Kontaktelektrisierung von staub- und
wolkenförmig zerteilten Körpern, speziell von
Schnee als gewitterbildendem Faktor¹⁾;
von A. Stäger.**

Auf Grund meteorologischer Beobachtungen und gestützt auf die statistisch erwiesene Tatsache, daß Wärme- und Wirbelgewitter immer in Verbindung mit Cirruswolken auftreten, sieht Prof. A. Gockel im Umherwirbeln von Schnee, Eisnadeln, Graupeln und Wassertröpfchen durch böige, turbulente Luftströmungen eine Ursache der Gewitterelektrizität; auf seine Veranlassung unternahm ich es, zu untersuchen, unter welchen näheren Umständen die genannten Faktoren, nämlich Wasser im festen Aggregatzustand und Wind, so bedeutende Elektrizitätsmengen freimachen können, wie sie zur Erklärung der Gewitterelektrizität notwendig sind. Die Versuche, die ich mit Schnee und Eis ausführte, ergänzte ich durch solche mit anderen staubartig zerteilten Körpern, auch durch solche mit Mikrokristallen.

Ein Teil der Versuche bestand darin, daß ein kleines Häufchen eines Pulvers oder ein Flöckchen von Mikrokristallen durch eine Luftströmung auseinandergeblasen wurde, wobei sich das Häufchen oder Flöckchen in eine große Zahl von kleinen und kleinsten Teilchen auflöste und die umgebende Luft für kürzere oder längere Zeit damit erfüllte. Dieser Zustand disperser Zerteilung von kleinen Teilchen sei kurz „Wolke“ bezeichnet. Im allgemeinen Fall ist eine derart entstandene Wolke geladen; sie erteilt dem Raum, den sie einnimmt, eine Raumladung. Die Elektrisierung durch Auseinanderblasen eines Staubbäufchens sei nach W. A. Douglas Rudge²⁾, der derartige Versuche zuerst anstellte und auch

1) Auszug aus meiner in Freiburg in der Schweiz am Institut für Kosmische Physik ausgeführten Dissertation. (1924.)

2) W. A. Douglas Rudge, Phil. Mag. 25. S. 481. 1918 u. Proc. Roy. Soc. 90. S. 256 und 574. 1914.

auf ihre Bedeutung zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen bei atmosphärischen Staubaufwirbelungen und Sandstürmen hinwies, Rudgeeffekt genannt. Die Wichtigkeit seiner Untersuchungen für die Erklärung der Gewitterelektrizität geht aus seinen eigenen Beobachtungen über die Elektrizitätsentwicklung in Staubwirbeln in der freien Atmosphäre und ähnlichen Untersuchungen von K. Kähler¹⁾ hervor, ferner aus den Beobachtungen von Beyersdorfer und Kercher²⁾ über blitzähnliche Entladungen in einer Straßenstaubwolke und Staubexplosionen in Zuckerfabriken.

Da mir die von Rudge angewandten Methoden z. T. nicht einwandfrei erscheinen, ist es zunächst notwendig, die verschiedenen zum Nachweis von Raumladungen dienenden Methoden zu besprechen:

I. Rudge verwendete zum „Auffangen“ der Wolken feine *Drahtgitter in trockenem Zustand*; es geht aus meinen unten beschriebenen Versuchen hervor, daß solche trockene Gitter sehr leicht Versuchsfehler durch Elektrisierung des Staubs am Gitter bedingen. Diese Elektrisierung eines Gitters durch ein Pulver, die übrigens von den Lichtenbergschen Figuren her bekannt ist, habe ich „Gittereffekt“ genannt.

II. Aus diesem Grund wendete ich häufiger die von Thomson vorgeschlagene Methode der Bestimmung der Raumladung mittels eines Drahtkäfigs an. Auf dem Käfig brachte ich einen Wassertropfkollektor an, dessen Tropfrohr isoliert durch das Drahtgitter hindurchgeführt wurde; der Druck war so eingestellt, daß sich der Wasserstrahl in der Mitte des Käfigs in Tropfen auflöste. Der Tropfkollektor war mit einem Lutzschen Saitenelektrometer verbunden und der Käfig geerdet. Die von Thomson für den würfelförmigen Käfig aufgestellte Formel lautet:

$$V = 0,712 \cdot a^2 \cdot r, \text{ wobei } V \text{ das Potential in der Käfigmitte in E. S. E.}$$

a die Seitenlänge in cm.

r die Ladungsdichte pro cm^3 .

1) K. Kähler, Meteorolog. Zeitschr. 39. S. 293. 1922.

2) P. Beyersdorfer und F. Kercher, Meteorolog. Zeitschr. 39. S. 395. 1922.

Der von mir verwendete Käfig hatte eine Seitenlänge von 100 cm; infolgedessen war die freie Ladung im $m^3 \frac{V}{2,186}$, wenn V das Potential in Volt bedeutet.

III. Oft verwendete ich nur den Tropfkollektor ohne Käfig an einem vom Erdfeld geschützten Ort, Laboratorium; dies jedoch nur für qualitative Messungen.

IV. Die Verwendung *nasser Platten* und *nasser Gitter* stellt die von Rudge angewendete und von mir verbesserte Methode dar. Nur solche schließen Fehlerquellen durch Gittereffekt völlig aus, vorausgesetzt, daß die Wolkenelemente klein genug sind; bei größern Teilchen habe ich die Auffanggeräte mit Glycerin bestrichen.

V. Handelte es sich darum, in einer Wolke die positiven und negativen Teilchen getrennt nachzuweisen, so habe ich eine Kombination von II und IV angewendet, d. h. die größeren Teilchen mit einer nassen oder klebrigen Platte aufgefangen und die kleineren, lange in der Luft schwebenden mit dem Tropfkollektor nachgewiesen; die Methode stützt sich auf die Erkenntnis, daß Ladungen verschiedenen Vorzeichens auf Teilchen verschiedener Größe sitzen.

VI. Mit Hilfe einer geladenen Leydenerflasche war es mir, allerdings nur bei einer bestimmten Substanz, Metaacetaldehyd, die ich in Flockenform verwendete, möglich, positive und negative Teilchen durch Anziehung und Abstoßung nachzuweisen.

Experimenteller Nachweis der Existenz von positiven und negativen Teilchen in einer Wolke.

Rudge war zuerst¹⁾ der Ansicht, daß alle Teilchen einer Wolke die gleiche Ladung besitzen und daß die entgegengesetzte Ladung in Form von Luftionen auftrete. Diese Ansicht änderte er jedoch später dahin, daß er annahm, ein und dieselbe Wolke bestehe aus positiven und negativen Teilchen. Er sagte zuerst: „Nearly all kinds of finely dividet material when blown into a dustcloud by a current of air, give rise to electrical charges upon the dust and upon the air.“ — In einer späteren Arbeit²⁾ betrachtete Rudge eine Wirkung

¹⁾ W. A. Douglas Rudge, Phil. Mag. Vol. 25. S. 6 1913. S. 494: On the electrification, associated with Dustclouds.

²⁾ Id. Lond. Roy. Soc. Proc. Ser. A. 90. S. 272. 1914.

zwischen den einzelnen Wolkenelementen als Ursache der Elektrisierung. Er sagt: „The friction between particles of similar material apparently produces sufficient electrification to account for the charges observed.“

Ich legte aus dem Grunde Wert auf den Nachweis des räumlich getrennten Vorhandenseins negativer und positiver Teilchen in einer Wolke, weil Rudge diesen Nachweis wohl versucht, aber nicht unter Ausschluß des Gittereffektes durchgeführt hatte.

Mir gelang der Nachweis der verschiedenen Ladungen deutlich bei verschiedenen Substanzen, so z. B. bei Reispuder nach den unter II und III beschriebenen Methoden.

Durch Aufwirbeln von einigen Kubikzentimetern Puder innerhalb des Faradayschen Käfigs durch Blasen mit einer Luftpumpe ergab sich eine negative Raumladung, solange ich mit der Pumpe neues Material nachfolgen ließ. Stellte ich die Pumpe ab, so setzten sich die größeren negativen Teilchen und es folgte die positive Nachwirkung der lange schwebenden kleinsten Teilchen.

Mit feuchtem Gitter habe ich leicht die negativen, größeren Puderteilchen aufgefangen. Es gelingt — obwohl nur sehr schwer — durch Aussuchen eines geeigneten Abstandes und geeigneter Richtung, dem Gitter eine schwache positive Ladung der kleinsten Teilchen beizubringen. Im allgemeinen Fall aber wird das Gitter durch eine Puderwolke negativ.

Bei *Schwefelblumen* gelingt es kaum, die beiden Elektrizitäten mit dem Tropfkollektor allein nachzuweisen. Vielmehr führt hier nur die kombinierte Anwendung von Tropfkollektor und Gitter zum Ziel, also die unter „V“ beschriebene Methode. Die größeren Schwefelteilchen sieht man zu Boden fallen und zwar im Verlauf von ganz wenigen Sekunden. Man kann dieselben daher gut mit dem nassen Gitter oder Tuch auffangen und findet sie so negativ. Um ganz sicher zu sein, daß nicht durch Reibung der Schwefelteilchen am Gitter dieses elektrisch wurde, stellte ich einen Versuch an, der mich lehrte, daß Schwefel ein trockenes Gitter positiv reibt; ein solches, das an allen Stellen naß ist, kann er überhaupt nicht reiben, weil die Teilchen daran kleben. — Methode II (Käfigversuch) habe ich mit allen Vorsichtsmaßregeln gegen mögliche Neben-

erscheinungen durchgeführt: In den Käfing stellte ich nahe der kleinen, runden Öffnung, die zwecks Manipulation im Innern angebracht wurde, ein Becherglas von etwa 1 Liter Inhalt, zur Hälfte mit Schwefelblumen gefüllt. Mit Absicht habe ich Glas gewählt, weil ich durch einen Vorversuch wußte, daß sich Schwefelblumen an Glas negativ reiben. Wenn nun durch Aufwirbeln der Schwefelblumen mit der Pumpe der Tropfkollektor, bzw. das mit ihm verbundene Saiteninstrument, *positive Ladung* zeigte, so konnte diese sicher nicht durch Reibung am Glasgefäß entstanden sein, sondern nur durch einen Effekt zwischen den Teilchen der Wolke. Wenn aber eine Art Elektrizität durch das bloße Aufwirbeln entsteht, so muß auch eine äquivalente Menge entgegengesetzten Vorzeichens der gleichen Ursache entspringen. Eventuelle Reibungen am Glas konnten also im schlimmsten Fall den Effekt um einen kleinen Bruchteil verringern, aber nicht umkehren. Um auch die Verringerung auf ein Minimum zu reduzieren, habe ich vor dem Versuch das Glasgefäß innen und außen mit Wasser benetzt und gründlich mit Schwefelblumen bestreut, so daß kaum eine Stelle freien Glases zu sehen war. Es konnten sich also nur Schwefelblumen an Schwefelblumen reiben. An den von einer Handpumpe kommenden Gummischlauch schloß ich ein Glasrohr an, das ich ebenfalls im feuchten Zustand mit Schwefelblumen bestreute, so daß hier eine Fehlerquelle ebenso ausgeschlossen ist wie am Gefäß. Als Resultat dieser Methode ergab sich: *Das Raumpotential innerhalb des Faradayschen Käfigs beim Aufwirbeln von Schwefelblumen ist positiv. Mit Hilfe der Kombinationsmethode fand ich für Schwefelblumen: Der Tropfkollektor ladet sich positiv, die kleinen Teilchen sind positiv; die Auffangplatte ladet sich negativ; folglich sind die größeren Teilchen negativ.*

Nebenbei sei bemerkt, daß ich beobachtete, daß auch eine bloße, mit dem Elektrometer verbundene Auffangplatte zum deutlichen Nachweis von negativen und positiven Teilchen einer Wolke genügt: Die Auffangplatte sei z. B. ein nasses Gitter und mit der Saite des Elektrometers verbunden; so oft man ein geeignetes Pulver gegen das Gitter bläst, kann man im Elektrometermikroskop eine kurze Saitenzuckung nach der einen (z. B. positiven) Seite beobachten, die nachher einem Dauer-

ausschlag nach der anderen (negativen) Seite weicht; die kurze Zuckung ist Influenzwirkung der am Gitter vorbeifliegenden positiven Teilchen, während die Dauerladung durch die sich ans Gitter setzenden negativen Teilchen erfolgt. (Je nach der verwendeten Substanz wechseln natürlich die Vorzeichen.)

Als eine Modifikation in der Methode III kann man folgende bezeichnen, bei der ich zwei Tropfkollektoren verwendete; jeder war mit einer Schneide des Elektrometers verbunden, die Hilfsladung an das Gehäuse und die Saite gelegt. Die beiden Kollektoren waren übereinander aufgestellt, so daß beim Blasen eines Pulvers gegen den unteren, dieser mehr auf die größeren Teilchen reagierte, während der obere hauptsächlich von der aufsteigenden Wolke der feinsten, leichtesten Teilchen influenziert wurde. Ich fand auf diese Weise für Modellergips: *kleine Teilchen positiv, große Teilchen negativ*; für Schwefelblumen: *kleine Teilchen positiv, große Teilchen negativ*. Dies stimmt mit den nach der vorerwähnten Methode erhaltenen Resultaten überein.

Beweise für die Existenz des „Gittereffektes“.

Primärer und sekundärer Gittereffekt.

Rudge hat a. a. O. behauptet, daß Staubwolken in einem Gitter aufgefangen werden können, ohne daß eine Elektrisierung am „auffangenden“ Gitter auftrete. Dies mag für Ausnahmefälle zutreffen; gewöhnlich tritt aber ein starker Gittereffekt auf, indem einige Teilchen durch das Gitter hindurchtreten und dabei dem Gitter eine Ladung erteilen, während sie selbst die entgegengesetzte annehmen.

Ich habe dies so bewiesen, daß ich ein etwa 1 dm^2 großes Drahtgitter isoliert aufhing und wenige mm^3 Mehl dagegen blies; war das Gitter trocken, so fand starke Elektrisierung statt. Daß sie wirklich durch das Gitter verursacht war und nicht schon vor dem Auftreffen der Mehlwolke zwischen den Mehlteilchen stattfand, bewies ich dadurch, daß ich das Gitter mit Wasser benetzte und das Experiment *et. par.* wiederholte. In diesem Fall wurde das Gitter nicht elektrisch, weil die Mehlteilchen es wohl berühren, aber nicht wieder verlassen konnten; sie flogen entweder frei durch die Gitteröffnungen hindurch oder adhärirten dauernd an der Wasser-

haut. Beim Gittereffekt ist die Trennung der Teilchen vom Gitter das elektrisch Wirksame.

Es ist beizufügen, daß Mehl, wie fast jedes Pulver, auch einen Rudgeeffekt aufweist, aber dieser verschwindet praktisch dem Gittereffekt gegenüber.

Als „sekundären Gittereffekt“ habe ich die Elektrisierung beim bloßen Wegblasen von Stäubchen von einem Gitter oder sonstigen Gegenstand bezeichnet. Ich habe ihn für Mehl und Kreidepulver bewiesen, u. a. so, daß ich ein horizontales Gitter mit dem Pulver bestreute und einen Teil davon durch die Erschütterung eines fallenden Schrotkugelhens lostrennte; dabei elektrisierte sich das Gitter infolge sekundären Gittereffektes.

Ich konnte beweisen, daß die von Rudge als Eigenladung der Wolke mitgeteilten Resultate z. T. von der wirklichen Eigenladung der Wolke stark abweichen, ja, entgegengesetztes Vorzeichen aufweisen, was sich durch das „Auffangen“ der Wolken mit trockenen Gittern bei Rudge erklärt, während ich stets nasse verwendete. Rudge fand bei Schwefel und Sand eine positive „Eigenladung“ der Wolke, bei Mehl eine negative; ich fand diese Vorzeichen bei Anwendung eines trockenen Gitters, bezeichne sie aber nicht als Eigenladung der Wolke, sondern als Gitterladung; bei nassem Gitter kehrten sich die Vorzeichen um; diese sind für die Eigenladung der Wolken maßgebend. Mehl mußte hier in größeren Mengen verwendet werden, da der Rudgeeffekt bei Mehl nur in diesem Fall deutlich nachweisbar ist.

Versuche mit Kohlesäureschnee.

Den Kohlensäureschnee fing ich, wie üblich, in einem Tuchsack an der Mündung der Bombe auf und schüttete ihn innerhalb des Faradayschen Käfigs aus, was Raumladung zur Folge hatte. Hier können neben der Elektrisierung zwischen Kohlensäureteilchen auch Reibungselektrisierungen am Sack mitspielen.

Ich verwendete daher in der Folge ein kleines Nickelblech von etwa 0,2 mm Stärke und 25 cm² Fläche als Unterlage für den Schnee. Dieser findet sich im Sack in unregelmäßigen Stücken. Ich habe ihn vor dem Gebrauch mit einem

Messer zerkleinert, so daß Stücke von durchschnittlich Kubikmillimetergröße entstanden. Leider wird dadurch der Schnee, der ein guter Isolator ist, schon elektrisch, und ich habe ihn daher vor dem Zerblasen sorgfältig entladen. Erst, nachdem die Ladung ziemlich verschwunden war, — (zu lange durfte ich wegen der starken Verdunstung nicht warten!) — habe ich den Schnee in den Käfig geblasen. *Die Raumladung wurde immer negativ.* A priori kann man einwenden, die Ladung stamme nicht vom Blasen her sondern:

1. Die kleine zurückgebliebene Anfangsladung, vom Zerkleinern herrührend, sei Ursache der Raumladung.

2. Es finde Reibung am Blech statt.

Demgegenüber bemerke ich:

ad. 1: daß die Größe der Anfangsladung nicht ausreichen würde, ferner daß ihr Vorzeichen umgekehrt, nämlich positiv war.

ad. 2: daß ich die Ladung des Blechs nach dem Blasen wechselnd fand, bald positiv, bald negativ, während die Raumladung immer negativ war: also kann die Raumladung nicht von Reibung am Blech herrühren.

Die Elektrisierung der Kohlensäureflocken ist nicht Rudge- und nicht Gittereffekt, ist aber, wie diese ein Vorgang, der offenbar mit Oberflächenveränderung zusammenhängt; ich möchte die Elektrisierung beim Zerblasen von Kohlensäureschnee „*Zerreißeffect*“ nennen.

Um auch eine allfällige Elektrisierung durch Reibung des Kohlensäureschnees am Gitter des Käfigs völlig auszuschließen, habe ich in einzelnen Fällen ohne Käfig, also nur mit dem frei aufgestellten Tropfkollektor gearbeitet und auch negative Raumladung gefunden. Auf diese Weise fand ich folgende Potentiale des mit dem Kollektor verbundenen Elektrometers:

Bei Verwendung von 1 g CO_2 — 20 Volt

„ „ „ 2 g CO_2 — 30 „

Die Versuche mit dem Käfig ergaben für verwendete Substanzmengen von 1 g 1 bis 6 E.S.E. Raumladung.

Die erwähnte Tatsache, daß das als Unterlage verwendete kleine Nickelblech sich bald positiv und bald negativ elektrisierte, glaube ich durch die beobachtete Bildung einer dünnen Eisschicht auf dem Blech erklären zu können; diese ist bisweilen vollständig, so daß sich der Kohlensäureschnee am Eis

reibt; bisweilen aber verschwindet die Eisschicht ganz oder teilweise, und der Schnee reibt sich am Blech.

Wie bei den meisten anderen Substanzen, ist auch bei Kohlensäure der Gittereffekt viel größer als die Elektrisierung beim Zerblasen; 0,5 g Kohlensäure kann -24 E. S. E./m³ erzeugen, wenn man den Schnee durch ein Gitter in den Käfig bläst.

Nebenbei seien zwei kleine Beobachtungen bemerkt:

1. Legte ich ein größeres Stück Kohlensäureschnee, etwa einige cm³, auf ein mit dem Instrument verbundenes Drahtgitter, so lud der von dem Stück ausgehende „Nebel“ aus Eiskriställchen, gebildet aus der Luftfeuchtigkeit, das Gitter stark negativ. Die Wirkung beruht auf der Reibung der Eiskriställchen am Gitter; denn der Nebel senkte sich auf das Gitter und trat durch dieses hindurch.

2. Auf das gleiche Gitter legte ich ein 1—2 g schweres Stück Kohlensäureschnee. So oft ich es mit dem Finger berührte und ihn wieder abhob, schlug die Saite des Elektrometers um etwa 15 Volt nach der negativen Seite aus.

Reibung zwischen chemisch gleichartigen Körpern.

Es sind Fälle bekannt, wo Kontaktelektrisierung zwischen chemisch gleichartigen Körpern auftritt; der oben erwähnte Rudgeeffekt gehört dazu. Ich habe das Auftreten von Kontaktelektrisierung auch zwischen Glaskugeln und Glasplatten beobachten können. Merkwürdigerweise elektrisierten sich die Glaskugeln am meisten, wenn sie die schief aufgestellte Glasplatte aus ihrer Mitte bis zum unteren Rand durchrollten, dagegen fast gar nicht, wenn sich die Rollbahn über die ganze Länge der Glasplatte erstreckte. Ich habe dieses Ergebnis aus umfangreicheren Versuchsreihen entnommen und die getrennte Elektrizitätsmenge als Funktion der durchrollten Strecke graphisch dargestellt.

Ähnliches fand ich, indem ich Glaskugeln durch ein Glasrohr rollen ließ.

Indem ich zwei Kolophoniumstücke aneinander rieb, konnte ich kleine, elektrisch geladene Stäubchen davon lostrennen. 1 g solcher Kolophoniumstäubchen ergab eine Ladung von 17,7 E. S. E.

Bei ähnlichen Versuchen mit Zucker fand ich 30 E. S. E. pro Gramm.

Innerhalb eines benetzten (!) zylindrischen Drahtgitters ließ ich eine Glasträne platzen. Ein Teil der dadurch entstandenen Glassplitter blieben an der Wasserhaut des Gitters kleben und luden es trotz seiner Kapazität von 8 cm auf + 5 Volt.

Versuche mit Metaacetaldehyd.

Metaacetaldehyd, im Handel unter dem Namen „Meta“ bekannt, kann leicht in Form von feinen Flocken dargestellt werden, indem man die Tabletten mit einem glühenden Metall berührt. Die Flocken bestehen aus Kristallen von 0,3 bis 30 Mikron Dickendurchmesser; sie elektrisieren sich leicht bei bloßem Berühren und müssen daher vor den Blasversuchen über der Bunsenflamme entladen werden. Am geeignetsten ist ein senkrechter Abstand von etwa 50 cm.

Mit so entladenen Metallflocken habe ich u. a. folgende Versuche über den *Zerreißeffect* angestellt:

1. Eine Metaflocke von 0,289 g Gewicht wurde durch ein korbähnliches Drahtgitter von 10 cm Länge und 7 cm Durchmesser geblasen; das Gitter wurde so auf ein Potential von 1500 Volt geladen, was ich mit dem Braunschen Elektrometer nachwies.

2. Von der Saitenklemme des Lutzschen Elektrometers wurde eine kaum wägbare Metaflocke weggeblasen, wodurch dieses schon mehrere Volt anzeigte.

3. Auf die gleiche Saitenklemme legte ich zuerst eine Metatablette und auf diese eine Metaflocke von 0,0001 g; beim Wegblasen zeigte die Saite 2 Volt an. Hier handelt es sich jedenfalls um eine Elektrisierung zwischen chemisch gleichartigen Körpern; die Kapazität des auffangenden Systems war 5 cm, folglich die erzeugte Elektrizitätsmenge 0,33 E. S. E. pro mg.

Bei Meta ist die pro Gewichtseinheit durch einfaches Blasen erzeugbare Elektrizitätsmenge sehr groß; zwar haben P. Beyersdorfer und F. Kercher für Zuckerstaub eine Elektrizitätsmenge von 0,66 E. S. E. pro mg gefunden, aber dabei wurde der Zuckerstaub nicht frei in die Luft geblasen,

sondern mit einem Gummiball durch eine Kapillare in einen Zylinder aus Drahtnetz, so daß hier wahrscheinlich ein Effekt zwischen chemisch verschiedenen Körpern vorliegt.

Bei Meta fand ich den Gittereffekt im Gegensatz zu vielen anderen Substanzen nicht größer als den Effekt beim Zerblasen (Zerreißeffect). Es ist fraglich, ob bei Meta ein Gittereffekt auftritt; da die feinen Kriställchen beim Reiben an einem Gitter sehr leicht zerreißen, kann ein solcher vorgetäuscht werden.

Daß die Elektrisierung des Meta wirklich auf Zerreißen beruht, habe ich u. a. so bewiesen:

Eine Metaflocke wurde auf ein nasses Papier gelegt und weggeblasen; hier sah man deutlich, daß die Adhäsion an der Wasserhaut größer ist als die Zerreißeigenschaft der Kriställchen; denn beim Blasen konnte nur der obere Teil der Flocke abgetrennt werden, während der untere fest am Wasser haftete. Einen Effekt zwischen Meta und Wasser halte ich aus dem gleichen Grunde für ausgeschlossen. Auch eine frei in der Luft schwebende Flocke elektrisierte sich beim Zerblasen stark. Hier ist jede Mitbeteiligung fremder Körper völlig ausgeschlossen.

Im Faradayschen Käfig habe ich die Raumladung so zerblasener Metaflocken als Zeitfunktion untersucht. Die stets negative Anfangsladung einer Flocke von etwa 50 cm^3 Inhalt (inkl. Luft) und $0,02\text{--}0,03 \text{ g}$ Gewicht war anfänglich $2,5\text{--}15,5 \text{ E. S. E. im m}^3$, nahm dann allmählich abnehmend nach 5 bis 7 Minuten den Wert „0“ an und wurde nachher schwach, aber *deutlich positiv*; dies während etwa 1—2 Minuten; das beweist das Vorhandensein von Wolkenelementen verschiedener Ladung; die Anordnung mit dem Faradayschen Käfig und Tropfkollektor gibt natürlich nur die Differenz der Raumladungen; am Anfang überwiegen die negativen Teilchen (Flöckchen); nachdem sie sich zu Boden gesetzt haben, bleiben die offenbar kleineren, positiven Teilchen übrig. Nachstehend einige Messungsergebnisse mit Metaflocken von etwa 50 cm^3 Inhalt und etwa $0,02$ bis $0,03 \text{ g}$ Gewicht. Die arabischen Zahlen bedeuten die freien Raumladungen in E. S. E., die römischen Ziffern bezeichnen acht verschiedene Versuche:

Tabelle 1.

	Unmittelbar nach dem Blasen	Nach									
		15 Sek.	30 Sek.	45 Sek.	60 Sek.	75 Sek.	90 Sek.	150 Sek.	210 Sek.	270 Sek.	330 Sek.
I	6,7	6	5	4	3,7	3,5	3,5	2,5	2	1,1	0,6
II	15,5	12	10,5	8,5	7,5	6,7	6,5	4,7	3,5	2,6	2,5
III	6	6,7	5,5	4,5	3,7	2,5	2,5	2	1,5	1	0,5
IV	6,7	7,9	6,8	6,5	5,5	4,5	4,1	3,5	2,2	2,1	1,1
V	4	3,5	3	2,5	2,2	2,2	2,1	1,5	1,1	1	0,1
VI	2,5	4	3,7	3,6	3,8	3,5	3	2,5	1,9	1,1	1
VII	2,5	3,5	4	3,5	3,4	3	2,6	1,5	1	0,8	0,5
VIII	4	10,5	7,9	6,7	6,5	6	5,5	3,5	1,5	2	1,1

Aus der Tabelle folgt, daß ein Flöckchen *Meta* von 0,02 bis 0,03 g bis 15,5 E. S. E. Raumladungsüberschuß liefern kann, was über 500 E. S. E. pro Gramm *Meta* entspricht. Der Raumladungsabfall mit der Zeit ist eine Folge der Senkung der schwereren Teilchen, sowie der Zerstreuungswirkung durch die Luftionen.

Bemerkenswert ist, daß sich Metafflocken elektrisieren, wenn man ihnen einen glühenden Metall- oder Kohlestab etwa auf 3 mm nähert. Die Ursache scheint die Oberflächenveränderung zu sein und die Erscheinung wäre somit das Gegenstück des Lenardschen Wasserzerstäubungseffektes für feste Körper. Ich habe derartige Versuche auch mit einzelnen Metakristallen von 0,3 mm Dicke angestellt und ebenfalls Elektrisierung feststellen können. Die Herstellung dieser Kristalle aus einer Lösung in Benzol verdanke ich Herrn von Hornstein.

Da bei Metakristallen die Zerreißfestigkeit im Verhältnis zu der mit dem Zerreißen verbundenen Elektrisierung sehr gering ist, wird der Quotient $\frac{\text{Erzeugte elektrische Energie}}{\text{Aufgewendete mech. Energie}}$ anderen Körpern gegenüber sehr groß.

Morris Owen¹⁾ fand den Quotienten für Reibungselektrizität 1:2 000 000 und F. H. Richards²⁾ für Schlagelektrizität 1:170 000.

Für *Meta* fand ich durch Zerreißen von Metafflocken durch fallende Kügelchen und schwingende Pendel 1:1000 bis 1:100.

1) Morris Owen, Phil. Mag. 17. S. 457. 1909.

2) F. Harold Richards, Phys. Rev. 16. S. 290. 1920.

Versuche mit Eis und Schnee.

Ebert und Hoffmann¹⁾ erklärten die Elektrisierung verschiedener Körper beim Eintauchen in flüssige Luft durch Reibung an kleinsten Eiskriställchen; ich benützte dies zur Untersuchung der Kontaktelektrisierung von Eis an Eis, indem ich Eisstäbe in flüssige Luft tauchte; beim Herausziehen erwiesen sie sich als elektrisch geladen. Ich rieb auch zwei Eisstäbe aneinander und fand, daß sie sich entgegengesetzt aufladen.

Innerhalb des Faradayschen Käfigs spritzte ich flüssige Luft in den Raum, wodurch sich Eisnebel bildeten. Ich konnte nachweisen, daß diese aus positiven und negativen Eisteilchen bestehen; denn je nach den herrschenden Luftströmungen zeigte das mit dem Tropfkollektor verbundene Saitenelektrometer positive oder negative freie Raumladung an. Wenn innerhalb wenigen Sekunden mehrere cm^3 flüssige Luft in den Käfigraum gespritzt wurden, schlug die Instrumentsaite bis über 40 Volt aus, was einer freien Raumladung pro m^3 von mehr als 20 E. S. E. entspricht.

Die positiven Teilchen schienen die kleineren zu sein, da sie bisweilen erst nach einigen Sekunden auf die Saite wirkten, nachdem sich die größeren negativen Teilchen gesetzt hatten. Die weiter unten erwähnten Messungen auf dem Jungfrauoch bestätigen diese Vermutung.

Kontaktelektrisierung zwischen Eis einerseits und Ruß, Salmiaknebel und Laboratoriumsluft andererseits.

In einer Holzkiste von $35 \times 35 \times 35$ cm stellte ich ein Becherglas von 22 cm Höhe, das von der Kiste durch Holz- wolle gegen Wärmeaustausch isoliert war. In dem Becherglas befand sich ein zweites kleineres, das vom ersten durch eine Asbestscheibe kalorisch isoliert und zur Hälfte mit flüssiger Luft gefüllt war. Die Decke der Holzkiste war doppelt durchbohrt: Durch die eine Öffnung wurde ein Draht, an dem innen ein kleines Messinggefäß angelötet war, elektrisch isoliert durchgeführt. Dieser Draht war außen mit dem Elektrometer verbunden. Das Messinggefäß kam über die Becher-

1) Ebert und Hoffmann, *Ann. der Phys.* 2. S. 106. 1903.

gläser zu liegen. Durch die zweite Öffnung der Holzdecke war ein Glasrohr, das außen an eine Luftpumpe angeschlossen war, derart hindurchgeführt und umgebogen, daß sein Ende direkt unter dem Messinggefäß in eine Spitze auslief. Das Messinggefäß wurde ebenfalls mit flüssiger Luft gefüllt und vor dem Experiment angehaucht, so daß es sich mit einer lückenlosen Eisschicht überzog. Durch das Glasrohr blies ich etwa 0,15 g fein zerteilten Kaminruß gegen die Eisschicht des Messinggefäßes; bei einem anderen Versuch Salmiaknebel; bei einem dritten nur die von den vorhergehenden Versuchen her verunreinigte Luft, kurz Laboratoriumsluft. Die Ausschläge der Elektrometersaite verhielten sich wie 21:7:3 Volt, je nachdem ich Ruß, Salmiak oder Laboratoriumsluft verwendete. Die Elektrisierung wurde natürlich in allen drei Fällen durch die gegen das Eis geblasenen kleinen Partikelchen verursacht; denn die Reibung von reiner Luft gegen Eis erzeugt, wie schon Faraday bewiesen hat und wie ich weiter unten auch zeige, bei kleinen Geschwindigkeiten keine merkliche Elektrisierung.

Da die Kapazität des Systems 6,6 cm betrug, so waren die erzeugten Elektrizitätsmengen:

Für 0,15 g Ruß 0,46 E. S. E. oder etwa 3 E. S. E./g.

Für 0,7 Liter mit *Salmiaknebeln* vermischte Luft 0,15 E. S. E. oder 0,2 E. S. E./Liter.

Für 0,7 Liter mit kaum wahrnehmbaren Spuren von Salmiaknebeln verunreinigter Laboratoriumsluft 0,06 E. S. E. oder 0,09 E. S. E./Liter.

Die Werte sind also nachträglich noch etwas höher gefunden worden als die von Prof. Gockel in seiner vorläufigen Mitteilung¹⁾ bekannt gegebenen; der Unterschied beträgt 0,2 E. S. E. für das Gramm Ruß, und 0,06 E. S. E. für 1 Liter Laboratoriumsluft.

Die oben mitgeteilten Werte sind Durchschnittswerte aus wiederholten Einzelversuchen. Beim Hindurchpumpen von größeren Mengen Gas ließ sich sowohl bei Ruß als auch bei Luft und Salmiaknebeln die Wirkung bedeutend verstärken.

1) A. Gockel, Met. Zeitschr. 40. Heft 9, S. 277. 1923.

Versuche mit natürlichem Schnee und Eis.

Verschiedenartige Versuche lehrten mich, daß die Reibung zwischen Wasser und Eis bei kleinen Verschiebungsgeschwindigkeiten keine praktisch in Betracht kommende Elektrizitätsquelle ist. Meßbare Mengen Elektrizität erhält man nur, wenn das Wasser, wie es bei den Versuchen von Sohncke, Faraday, Elster ... der Fall war, unter großem Druck durch Eiskapillaren hindurchpreßt.

Nur einer meiner einschlägigen Versuche sei hier skizziert: Auf die Saitenklemme des Elektrometers ließ ich einen kleinen Eiszapfen fest anfrieren; bei einer Temperatur von mehreren Grad unter dem Gefrierpunkt blies ich im Freien kräftig gegen den angefrorenen Eiszapfen. Wegen der Kälte wurde der Hauch sofort zu einem Nebel kondensiert. Bei der kleinen Kapazität dieser Anordnung von etwa 4—5 cm konnte ich aber auch bei wiederholtem und kräftigstem Blasen keine Spur von Ausschlag konstatieren.

Es ist nun nicht anzunehmen, daß in der Natur Eis und Wassertropfchen größere Relativgeschwindigkeit erlangen als es hier der Fall war.

Herr Gockel vermutete, daß das Brechen von Eisstücken, Graupelkörnern oder Schneekristallen elektrisch wirksam sein könnte.

Ich stellte mir daher 2 bis 5 mm dicke Eisplatten her, spannte sie in eine isolierte Vorrichtung ein und brach Stücke davon ab; dadurch nahm das übrigbleibende Eisstück eine elektrische Ladung an; das damit verbundene Elektrometer zeigte 15 Volt an. — Ferner ließ ich kleine Eisstücke von $\frac{1}{10}$ bis 1 cm³ Inhalt über schiefe Eisplatten von 15 bis 20 cm Länge gleiten und direkt in ein auf das Elektrometer gestecktes Metallgefäß fallen. 1 Eisstückchen führte durchschnittlich eine Ladung von 0,005 E. S. E. mit, wenn es bei 2° C aus der Mitte der Unterlage glitt.

Ich habe bei frisch gefallenem Schnee sowohl Gittereffekt wie auch Zerreißelektrisierung nachgewiesen, indem ich entladenen Schnee zum Teil frei durch die Luft fallen ließ, zum Teil auseinander blies. Beim Nachweis der Zerreißelektrisierung wurde jeder mögliche Gittereffekt sorgfältig ausgeschaltet, so z. B. der zu untersuchende Schnee in flachen mit Wasser

gefüllten Gefäßen aufgefangen. Sowohl Gittereffekt wie auch Zerreißelektrisierung konnte ich auch bei fein pulverisiertem Eis nachweisen.

Von den Bäumen herunterfallenden Schnee fand ich ebenfalls elektrisch.

Gegen ein isoliertes und mit dem Elektrometer verbundenes Stück gefrorenen Schnee blies ich ungeladenen Schnee; dadurch wurde das Schneestück negativ elektrisch.

Bei verschiedenen derartigen und ähnlichen Versuchen fand ich die *kleineren Schnee- oder Eisteilchen positiv, die größeren negativ*.

Versuche auf Jungfrauoch.

Im September 1923 verbrachte ich einige Tage auf dem Jungfrauoch (3456 m), um die Schneelektrizität in der Natur zu verfolgen. Ich bin Herrn Direktor Liechti von der Jungfrauabahnsgesellschaft für sein freundliches Entgegenkommen sowie Herrn O. Büchi für Mithilfe bei den Versuchen zu aufrichtigem Dank verpflichtet!

Wir stellten unsere Apparate in einer nord-südlich verlaufenden Galerie auf, durch die der eisige Nordwind piff. Mein Begleiter war am Nordende der Galerie damit beschäftigt, abgemessene Mengen Schnees dem Wind zu exponieren, wodurch sie zum Teil in Wolken von feinstem Schneestaub aufgelöst wurden und sich dabei elektrisierten.

Es darf als ausgeschlossen betrachtet werden, daß eine evtl. Elektrisierung beim Aufwirbeln eine zu berücksichtigende Fehlerquelle darstellte.

Auf Grund meiner Versuche mit anderen Pulvern aller Art, bei denen die Elektrisierung beträchtlich vom Zerteilungsgrad abhing, kann ich wohl die Vermutung aussprechen, daß günstigerer Schnee, d. h. frisch gefallener Pulverschnee, weit höhere Werte für die Elektrisierung ergeben hätte als der ziemlich fest gefrorene Schnee, der nur dank dem heftigen Wind von teilweise 20 bis 24 m/sec. überhaupt aufgelöst werden konnte.

Die Galerie, in der ich die meisten Messungen anstellte, ist etwa 30 m lang, 2 m breit und 1,70 bis 2 m hoch. Im Innern dieses von Fels- und Holzwänden begrenzten Stollens

waren nicht weit von der Nordmündung die Meßgeräte aufgestellt, und zwar dort, wo ein kleiner Seitenstollen rechtwinklig abzweigte. In diesem Seitenstollen hatte ich, wohlgeschützt vor Wind und Schneewolken, das Saitenelektrometer aufgestellt und mit einem an der Decke der Galerie isoliert aufgehängten kleinen Drahtgitter von 2 dm^2 Fläche verbunden. Dieses sei „Influenzplatte“ genannt. Vor einer Messung wurde dieselbe geerdet; so oft nun eine elektrische Wolke unter ihr vorbeizog, so wurde sie influenziert und übertrug die Wirkung auf die Instrumentensaite, die sich augenblicklich auf einen der Ladung und Entfernung der Wolke von der Influenzplatte entsprechenden Skalenteil einstellte.

Die Messung der Wirkung einer Metallkugel von 20 cm Durchmesser und bekannten Ladungen in verschiedenen Abständen von der Platte ermöglichte eine Schätzung der Ladung der an der Platte vorbeistreichenden Wolke.

Die Form der Wolke war durch die Dimensionen der Galerie zum Teil gegeben. Nur die Länge war nicht direkt meßbar, wohl aber indirekt, nämlich aus der Zeitdauer der Elektrometerausschläge und der Windgeschwindigkeit in der Galerie. Die Rechnung ergab für die meisten Fälle eine Wolkenlänge von wenigen Metern. Aus dem Volumen der Wolke konnte ich unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Influenzwirkung vom Abstand von der Influenzplatte die freie Raumladung pro Kubikmeter berechnen.

Messungsergebnisse.

300 bis 600 g gefrorenen Schnees wurden in etwa 3 m Horizontalabstand vom Influenzgitter vor dem Nordeingang der Galerie zerstäubt. Die entstandene Schneewolke wurde unter dem Gitter hindurchgeweht und erzeugte dabei für einen Augenblick einen Maximalausschlag der Elektrometersaite, der nach den gemachten Überlegungen einer Raumdichte von 3 bis 10 E. S. E./ m^3 entsprach.

Einmal erhielt ich bei Verwendung von 500 bis 1000 g Schnee einen Ausschlag, der einer Ladung von 25 E. S. E./ m^3 entsprach.

Dabei ist zu berücksichtigen, daß nur ein kleiner Bruchteil der verwendeten Schneemenge fein zerstäubt wurde und unter

das Influenzgitter gelangte; der weitaus größte Teil des Schnees fiel unweit des Zerstäubungsortes zu Boden. Ich schätze den zur Messung gelangenden, also elektrisch wirksamen Teil auf etwa $\frac{1}{100}$ der ursprünglich verwendeten Schneemenge.

Bei Verwendung möglichst gleich großer Schneemengen schwankten die Elektrometerausschläge stark, da die Windstärke ständig änderte. Bei einer Versuchsreihe von 20 Einzelmessungen schwankten die erhaltenen Raumdichten zwischen 0 und 50 E. S. E./m³, bisweilen stiegen sie auch noch über letzteren Wert.

Bei Verwendung von 1 bis 2 kg Schnee, beobachtete ich bei einem Abstand des Zerstäubungsortes vom Influenzgitter von 10 m bei einer Reihe von 8 Einzelversuchen Raumdichten, die zwischen 0 und 2 E. S. E./m³ schwankten.

Unter Anwendung einer Zerstäubungsmethode, bei der Schnee gegen eine vereiste Wand oder ein Eisstück geschleudert wurde, erhielt ich Raumladungsdichten von 3 bis 50 E. S. E./m³, je nach der augenblicklichen Windstärke; die hier verwendeten Schneemengen waren nur 2 bis 5 g. Daß hier so kleine Gewichtsmengen relativ große Elektrizitätsmengen freimachen, hängt mit gründlicherer Zerteilung bei dieser Wurfmethode zusammen.

Bei weiteren 20 Versuchen mit Schneemengen von 2 bis 5 g, nach der Wurfmethode zerteilt, erhielt ich Raumladungsdichten von 0 bis 50 E. S. E.; die Windstärke wurde nach drei willkürlichen Abstufungen geschätzt; es zeigte sich ein deutlicher Zusammenhang zwischen Windstärke und Elektrisierung, derart, daß bei stärkerem Wind mehr Elektrizität frei wurde.

Um mich davon noch deutlicher zu überzeugen, machte ich eine Versuchsreihe bei fast völliger Windstille. Hier wurden nur 0 bis 3 E. S. E./m³ erzeugt.

Das Vorzeichen war bei allen diesen Versuchen immer positiv. Es muß gefolgert werden, daß die größeren Schneeflocken, bzw. Schneestücke, die nicht weit vom Zerstäubungsort zu Boden fallen, die äquivalenten negativen Ladungen tragen. Der verwendete Schnee war vor dem Zerstäuben immer ungeladen; ich habe mich oft davon durch Messung überzeugt.

Während der Zeit meiner Messungen auf Jungfraujoch herrschte zum Teil, besonders am 28. September, heftiges Schnee-

treiben, d. h. der Wind löste feinen Staub von den gefrorenen Schneefeldern und trug ihn zum Teil mehrere hundert Meter weit fort. Es waren besonders an der Sphinx, einem kleinen Vorgipfel des Mönchs, ganze große dichte Wolken von derart aufgelöstem Schnee zu sehen. Den Jungfraufrirn hinunter trieben ebenfalls solche Schneeaufwirbelungen und bildeten wellenartige Schneespuren, die wie Dünen aussahen und in regelmäßigen Abständen hintereinander gelagert waren.

Bisweilen gelangten nun Teile von solchen Schneeaufwirbelungen in unsere Galerie und influenzierten die Platten. *Diese natürlichen Schneewolken erwiesen sich ebenfalls positiv geladen und zeigten Raumdichten von 5 bis 10 E. S. E./m³ an.*

**Zusammenhänge meiner Untersuchungen über Schnee-
elektrizität mit anderweitigen Ergebnissen.**

Obwohl ich bisher bei Schneeaufwirbelungen im Freien nur *positive* Raumladungen feststellen konnte — auf Jungfrau-
joch war ich zum Nachweis der entsprechenden negativen Ladungen nicht eingerichtet —, so kann ich doch auf Grund meiner Staubuntersuchungen mit Puder, Schwefel, Gips usw. folgern, daß die größeren Teilchen, an denen sich der feinste Schneestaub rieb, *negative* Ladungen aufweisen müssen; besonders bestärken mich in dieser Ansicht meine Laboratoriums-
experimente, bei denen ich positive und negative Schneeladungen fand. Dieser Anschauung entsprechen auch Beobachtungen von Hrn. Gockel¹⁾, wonach die Ladung der kleineren Teilchen in der Luft bei Schneegestöbern als schwere Ionen vorhanden sind, während die der größeren nach den Messungen von P. Gschwend²⁾ an den Schneeflocken haften.

G. C. Simpson³⁾ bestätigt das *positive* Vorzeichen von aufgewirbeltem Schnee; er sagt:

„Befindet sich der Kollektor innerhalb der Zone des Treib-
schnees, so erhält man hohe positive Potentiale. Ragt der

1) A. Gockel, Denkschriften der Schweiz. Naturf. Gesellsch. 54. S. 17.

2) P. Gschwend, Dissertation, Freiburg (Schweiz), Jahrbuch für Radioaktivität und Elektrotechnik, 17. 62. 1920.

3) G. C. Simpson, Messung des luftelektrischen Potentials in der Antarktis, Met. Z. S. S. 348. 1921.

Kollektor über die Schicht der Schneedrift hinaus, so tritt negatives Potentialgefälle auf. Der Verfasser denkt an einen Vorgang ähnlich wie beim Zerstäuben des Wassers. Die kleinen Eiskristalle laden sich negativ auf; gleichzeitig erhält die Luft, in der sie suspendiert sind, ein hohes Potential. Solange also der Kollektor sich in der Driftluft selbst befindet, wird er sich positiv aufladen, wenn aber eine niedrige, stark positiv geladene Bodenluft unter ihm weggeht, so wird er negativ influenziert.“

Dazu muß ich bemerken, daß Simpson unter „kleinen Kristallen“ und „Luft“ das gleiche versteht wie ich unter „großen“ beziehungsweise „kleinen“ Teilchen.

Ferner haben J. A. McClelland und H. Kennedy¹⁾ die Zunahme positiver Ionen während eines Schneegestöbers festgestellt:

„Un jour on a fait des observations pendant une tourmente de neige. Environ deux heures avant le commencement de la chute, N — (N indique le nombre de gros ions positifs par cm^3) — avait la valeur 15000. La neige tomba à peu près une heure; pendant ce temps N atteignit la valeur 54000, pour diminuer à 18000 quand la neige eut cessé de tomber.“

Auch die von E. Rampa²⁾ während Schneegestöbern bemerkte Zunahme der Ionen mittlerer Beweglichkeit möchte ich in diesem Zusammenhang erwähnen; die Zunahme ist offenbar ein Folge der *Absplitterung* von feinsten Schneenadelchen.

Ebenso fand Hilding Köhler³⁾ auf dem Partetjakkö in Schwedisch-Lappland eine starke Zunahme der positiven Ionen bei Schneegestöbern. Natürlich können solche Ionen während eines Schneefalles auch wieder von Schneeflocken absorbiert werden und eine Neutralisation bisher negativ geladener oder eine positive Aufladung bisher neutraler Flocken bewirken.

1) J. A. McClelland und H. Kennedy, *Le Radium*, Tome X, S. 396. Les gros ions dans l'atmosphère. Auszug aus Proc. Irish. Acad.

2) E. Rampa, Dissertation, Freiburg (Schweiz). Über das Vorkommen von leichten Ionen und Ionen mittlerer Beweglichkeit und ihre Abhängigkeit von meteorologischen Elementen.

3) Hilding Köhler, Naturwissenschaftliche Untersuchungen des des Sarekgebirges 2. Abtlg. 1. Lief. 1.

Aus allen diesen Arbeiten folgt, daß sich Schnee elektrisiert, wenn er durch hinreichend starke Luftbewegungen aufgewirbelt oder zersplittert wird. Die kleineren Teilchen sind positiv.

Anwendung der Ergebnisse auf atmosphärische Erscheinungen.

Die Elektrisierung infolge Rudgeeffekt, Gittereffekt und Zerreißeffect kann zur Erklärung der elektrischen Verhältnisse bei folgenden Erscheinungen beitragen:

1. Sandstürme in der Wüste, Sand- und Staubaufwirbelungen jeder Art, auch auf Straßen, Aufwirbeln von Blütenstaub¹⁾, Lawinen, Erdbeben, Bergstürze, Staubgewitter, Staubexplosionen, vulkanische Gewitter usw.
2. Aufwirbeln von schon gefallenem Schnee im Gebirge.
3. Schneestürme in antarktischen Gegenden, Schnee- und Graupelböen, Schneegewitter.
4. Gewöhnliche Gewitter.

Die unter 1 bis 3 genannten Erscheinungen dürften sich in der Hauptsache, was ihre elektrischen Verhältnisse anbetrifft, durch die besprochenen Effekte erklären; dagegen wirken bei Wärme- und Wirbelgewittern noch andere Faktoren mit, vor allem die Elektrisierung durch Zerspritzen von Wasser. Simpson²⁾ berechnete als größtmögliche Ladung, die durch Zerstäuben von 1 g Wasser erhalten werden kann, 10 E. S. E.; aus meinen Versuchen mit Schnee haben sich 1 bis 5 E. S. E. auf 1 bis 2 g ergeben, wobei aber nur etwa $\frac{1}{100}$ der verwendeten Schneemenge fein zerstäubt und gemessen wurde, so daß man bei voller Ausnützung des gegebenen Gewichts auf eine Elektrizitätsmenge von 100 bis 500 E. S. E. für 1 bis 2 g Schnee schließen kann. Da, wie eingangs erwähnt, Wärme- und Wirbelgewitter stets von Zirren begleitet sind, so erscheint es wahrscheinlich, daß die Elektrisierung von Schnee- und Eisteilchen zur Entstehung der Gewitterelektrizität beiträgt.

Zusammenfassung.

Es werden verschiedene, z. T. neue Methoden zur Erzeugung statischer Elektrizität, besonders beim Aufwirbeln

1) Änderungen des Potentialgefälles durch Blütenstaub hat K. Kähler nachgewiesen. Met. Z. S. 39. S. 293. 1922.

2) J. J. Nolan und Enright, Proc. Roy. Dublin. Soc. August 1922.

von Pulvern und Zerblasen von Mikrokristallen in Flockenform, beschrieben und zur Erklärung von elektrischen Erscheinungen in der Atmosphäre, wie Gewittern, Sandstürmen und Schneetreiben herbeigezogen.

Die Arbeit wurde im Institut für Kosmische Physik der Universität Freiburg in der Schweiz unter der Leitung von Hrn. Professor A. Gockel ausgeführt, dem ich für seine Anregungen und sein Interesse am Fortgang der Untersuchungen meinen aufrichtigsten Dank ausspreche.

(Eingegangen 17. November 1924.)

**Prüfung der klassischen Dispersionsformel
an einatomigen Gasen und Dämpfen;
von K. F. Herzfeld und K. L. Wolf.**

I. Einleitung.

Da die bisherigen Dispersionsformeln aus der klassischen Optik abgeleitet sind, ergibt sich jetzt, wo die Tragweite der letzteren zweifelhaft geworden ist, die Aufgabe, systematisch zu prüfen, wieweit sie mit der Erfahrung übereinstimmen, und zwar soll hier diese Untersuchung an einatomigen Gasen vorgenommen werden, bei denen die Verhältnisse am einfachsten liegen. Zur Darstellung der Dispersion liefert die Elektronentheorie folgenden Ausdruck:

$$n - 1 = \frac{C}{v_0^2 - v^2} \quad 1),$$

wo $v = \frac{c}{\lambda}$,

$$C = \frac{1}{2\pi} \frac{e^2 N}{m},$$

N = Zahl der pro Kubikzentimeter wirksamen Elektronen.

Bezeichnen wir also die Zahl der pro Atom wirksamen Elektronen mit p , so wird

$$N = L \cdot p,$$

wo L die Loschmidtsche Zahl pro Raumeinheit bedeutet.

v_0 ist in unserer Formel die Frequenz der Absorptionsstelle. Den gleichen Wert hat nach der klassischen Theorie die Schwingungsfrequenz der Elektronen. Sind mehrere Absorptionsstreifen vorhanden, so wird über sämtliche v_i summiert:

$$n - 1 = \sum_i \frac{C_i}{v_i^2 - v^2}.$$

1) Hierbei ist $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ durch $\frac{2}{3} (n - 1)$ ersetzt, was bei Gasen erlaubt ist.

Nach der Bohrschen Theorie ist die Umlauffrequenz der Elektronen von der Frequenz des absorbierten Lichtes verschieden. Messungen der Dispersion in der Nähe der Hauptserienlinien der Alkalien (Bevan)¹⁾ und der Quecksilberlinie 2536 (Wood)²⁾ haben nun ergeben, daß hier zur Darstellung die klassische Formel geeignet ist, wenn man als Eigenfrequenz die der Absorptionslinie, nicht die des Elektronenumlaufs einsetzt. Wir hätten, wenn das allgemeingültig wäre, also zu erwarten, daß die Dispersion durch die klassische Formel dargestellt wird, wenn man in ihr für die Frequenz ν , die der Absorptionslinie einsetzt.

Nach Bohr können in der Absorption des unangeregten Atoms nur solche Linien auftreten, die von der Grundbahn ausgehen, d. h. bei Helium, Quecksilber, Cadmium usw. nur die Linien $1S-nP$ und von $1S$ ausgehende Interkombinationslinien, während es bei den Alkalien die von $1s$ ausgehenden Linien sind und bei den übrigen Edelgasen die Frage noch ungeklärt ist. Tatsächlich wurde denn auch von Wood³⁾ im Natriumdampf eine Anzahl dieser Linien in Absorption beobachtet. Hier ist die erste Linie, $1s-2p$, die gelbe D -Linie, während die meisten anderen Linien und die Seriengrenze im Ultraviolett liegen. An die Seriengrenze schließt sich dann ein kontinuierliches Spektrum an, das dadurch entsteht, daß Elektronen nicht auf höhere Quantenbahnen gehoben, sondern ganz aus dem Atomverband herausgeworfen werden, und daß ihnen dabei noch eine beliebig hohe kinetische Energie mitgeteilt wird. Für die absorbierte Energie ist hier also zu schreiben:

$$(1) \quad h \cdot \nu = J + \frac{m}{2} v^2,$$

wo J die Ionisierungsenergie und $\frac{m}{2} v^2$ die dem betreffenden Elektron mitgeteilte lichtelektrische kinetische Energie bedeuten. Über den Verlauf dieses kontinuierlichen Spektrums liegen Messungen von Harrison⁴⁾ an Natrium- und Kaliumdampf

1) P. V. Bevan, Proc. Roy. Soc. (A) 85. S. 58, 1911.

2) R. W. Wood, Phys. Zeitschr. 14. S. 191, 1913; Phil. Mag. (6) 25. S. 493, 1913.

3) R. W. Wood, Phil. Mag. 16. S. 945, 1908; 18. S. 530, 1909.

4) C. B. Harrison, Proc. Nat. Ac. 8. S. 260, 1922.

vor. Harrison findet, daß es gleich hinter der letzten aufgelösten Hauptserienlinie, etwa 5 bis 6 Å.-E. vor der Seriengrenze¹⁾ sehr scharf einsetzt, um dann stetig abzufallen, etwa nach dem Schema der Fig. 1, so daß 50 bis 100 Å.-E. weiter im

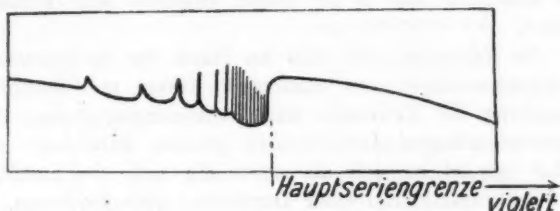


Fig. 1.

Ultraviolett bereits wieder eins der durchlässigsten Gebiete des Dampfes vorliegt. (In der Figur sind als Abszissen die Wellenlängen, als Ordinaten die Absorptionsstärke angenommen.)

Wenn wir nun nach diesen Gesichtspunkten die Dispersion der Edelgase untersuchen, so zeigt sich schon bei einer flüchtigen Vergleichung der Eigenwellenlängen, wie sie in die Dispersionsformel eingehen, mit den aus Resonanz- und Ionisierungsspannung berechneten Wellenlängen²⁾ die auffallende Tatsache, daß bei den einatomigen Gasen, für die sowohl Dispersionsmessungen als auch Messungen der Resonanz- und Ionisierungsspannung vorliegen, d. h. bei Helium, Neon und Argon, die Eigenfrequenz in der Dispersionsformel nahe zusammenfällt mit der Ionisierungsspannung³⁾ oder noch ultravioletter ist als diese. Es liegt nahe, diesen Befund damit zu erklären, daß das kontinuierliche Absorptionsspektrum an der Seriengrenze mit der Wellenlänge seines

1) Dieses scheinbare Einsetzen des kontinuierlichen Spektrums bereits vor der Seriengrenze wird wohl durch die Häufung der nicht aufgelösten Hauptserienglieder an der Seriengrenze vorgetäuscht.

2) Den Hinweis hierauf verdanken wir mündlichen Bemerkungen der Herren Fajans und Joos, denen wir hierfür zu großem Dank verpflichtet sind.

3) Unter Ionisierungsspannung soll stets die aus derselben berechnete Wellenlänge, d. h. die Wellenlänge der Seriengrenze verstanden werden. Ebenso wird der Ausdruck Resonanzspannung als gleichbedeutend mit der Wellenlänge oder Resonanzlinie gebraucht.

Schwerpunktes allein oder doch überwiegend die Dispersion bestimmt, während die klassische Theorie als maßgebend die Resonanzlinie erwarten läßt. Die höheren Serienglieder sollten ohne wesentlichen Einfluß sein, da nach Bevan und Wood¹⁾ die Elektronenzahl p in diesen Gliedern sehr schnell abnimmt.

Im folgenden soll also an Hand der vorliegenden Dispersionsmessungen von einatomigen Gasen und Dämpfen die Beziehung der Resonanz- und Ionisierungsspannung zu den Eigenwellenlängen der Formeln genauer untersucht werden. Dabei erweist es sich als notwendig und zweckmäßig, das Beobachtungsmaterial einer Durchsicht zu unterziehen.

Beim Vergleich der Dispersionsmessungen mit den Werten, die sich aus den Formeln berechnen, kommt es, darauf sei noch besonders hingewiesen, vor allem darauf an, ob die Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung einen systematischen Gang mit der Wellenlänge zeigen.

II. Edelgase.

1. Helium.

a) Beobachtungsmaterial.

Es liegen hier Dispersionsmessungen vor von Burton²⁾, Cuthbertson und Metcalfe³⁾, C. und M. Cuthbertson⁴⁾, Herrmann⁵⁾ und Koch.⁶⁾ Dabei fallen die Werte von Herrmann offensichtlich ganz aus dem Rahmen der übrigen Messungen (s. Fig. 2) und können daher unberücksichtigt bleiben. Die Beobachtungen von Burton zeigen ungefähr denselben Verlauf der Dispersion wie die drei anderen Meßreihen. Doch liegen die angegebenen Werte durchweg um 7 bis 12 Einheiten der 8. Dezimale höher. Die niedrigsten Werte gibt Koch. Während alle anderen Meßreihen sich auf das sichtbare Gebiet

1) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) 8. S. 293. 1904. — P. V. Bevan, Proc. Roy. Soc. (A) 84. S. 209. 1910; 85. S. 58. 1911.

2) W. Burton, Proc. Roy. Soc. (A) 80. S. 390. 1908.

3) C. Cuthbertson u. E. P. Metcalfe, Proc. Roy. Soc. (A) 80. S. 411. 1908.

4) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) 84. S. 13. 1910.

5) K. Herrmann, Verh. D. phys. Ges. 10. S. 476. 1908.

6) I. Koch, Ark. f. Mat. 9. S. 611. 1913.

$(n-1) \cdot 10^7 \downarrow$

Helium.

- | | | | |
|---|----------------------------|--------------|---|
| × | Koch | } beobachtet | 2 |
| ○ | C. u. M. Cuthbertson | | |
| □ | Cuthbertson u. Metcalfe | | |
|) | Burton | | |
| ▽ | Herrmann | | |
| + | berechnet nach Formel (2) | } 2a | |
| × | berechnet nach Formel (2a) | | |
| ○ | beobachtet | | |
| + | berechnet nach Formel (2b) | } 2b u. c | |
| × | berechnet nach Formel (2c) | | |
| ○ | beobachtet | | |

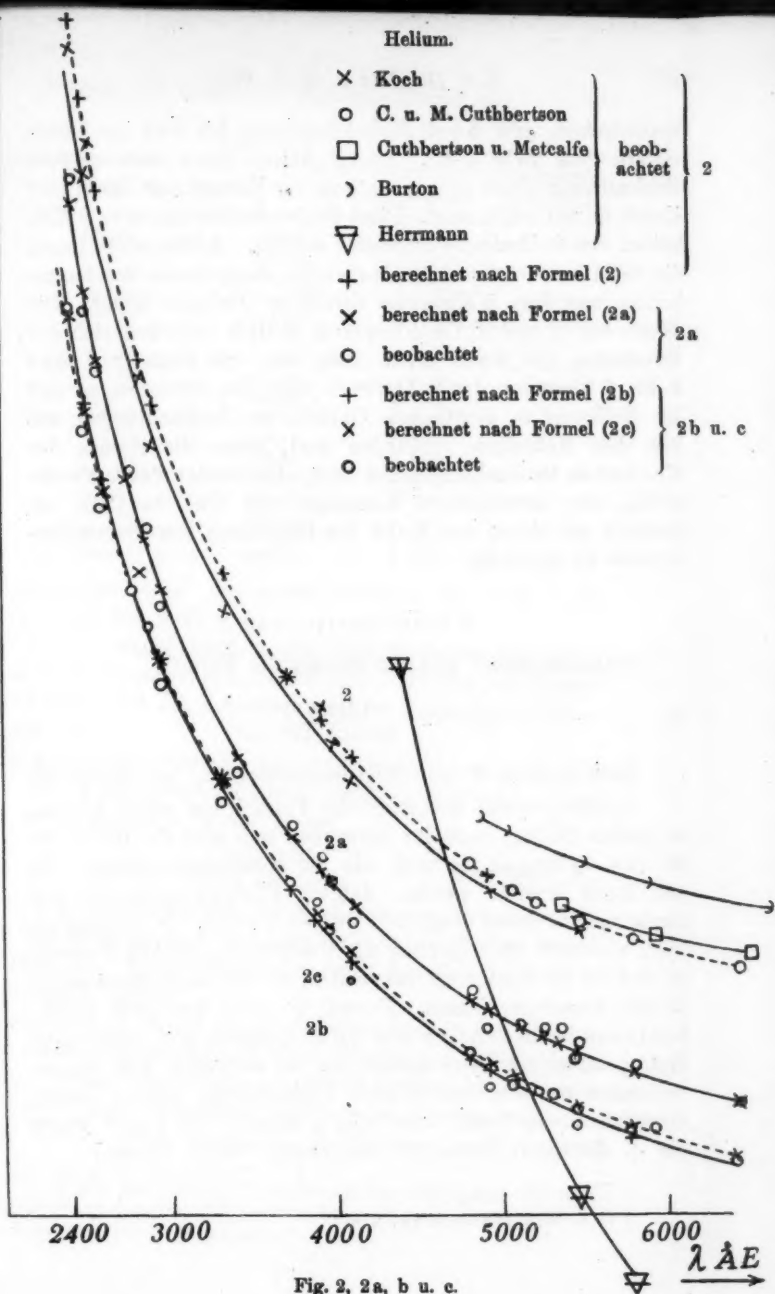


Fig. 2, 2a, b u. c.

beschränken, gibt Koch Refraktionswerte bis weit ins Ultraviolette (bis 2379 Å.-E.). Leider weisen diese aber größere Beobachtungsfehler auf, wie schon der Versuch, sie durch eine Kurve zu verbinden, zeigt. Diese Fehler dürften mit etwa 8 Einheiten der 8. Dezimale angesetzt werden. Andererseits liegen die von Cuthbertson und Metcalfe angegebenen Brechungsindizes nur etwa 5 Einheiten derselben Dezimale höher. Die Werte von C. und M. Cuthbertson endlich schließen sich den Messungen von Koch noch besser an. Sie liegen nur etwa 3 bis 4 Einheiten der 8. Dezimale über den letzteren, so daß die Differenz in sichtbarem Gebiet, wo Beobachtungen aus den drei Meßreihen vorhanden sind, unter die Grenze der Kochschen Beobachtungsfehler fällt. Es scheint daher zweckmäßig, die zuverlässigen Messungen von Cuthbertson zusammen mit denen von Koch zur Ermittlung von Dispersionsformeln zu benutzen.

b) Formeldarstellung.

Cuthbertson¹⁾ gibt für Helium die Formel:

$$(2) \quad n - 1 = \frac{1,21238 \cdot 10^{27}}{84991,7 \cdot 10^{27} - \nu^2}.$$

Dem entspricht eine Eigenwellenlänge λ_0 von 507 Å.-E.

Cuthbertsons ursprüngliche Formel hat einen doppelt so großen Zähler; nach ihr berechnen sich also die Werte für die $(n - 1)$ doppelt so groß, als die Messungen ergeben. Es soll damit erreicht werden, daß die Edelgase sofort mit den zweiatomigen Gasen verglichen werden können. Wir schreiben hier, wie auch im folgenden die Cuthbertsonschen Formeln so, daß sie für einatomige Gase gelten, also direkt die gemessenen Werte berechnen lassen. Formel (2) stellt nun zwar Cuthbertsons Beobachtungen sehr gut dar, nimmt man jedoch eine Extrapolation ins Ultraviolette vor, so entfernen sich die errechneten von den von Koch beobachteten Werten immer merklicher, wie Tab. 1 und Fig. 2 zeigen. [In Fig. 2 geben die + die nach Formel (2) berechneten Werte wieder.]

1) C. u. M. Cuthbertson, a. a. O.

Å.-E.

6438

5790

5461

5086

4917

4800

4109

3985

3908

3705

3342

2926

2858

2577

2465

2379

B

und d

V

Versu

chließ

n Sp

K

Grund

solche

(a)

I

gut a

als m

und l

bei d

ber

och

orm

prec

n Fo

Tabelle 1.

Å.-E.	$(n - 1) \cdot 10^7$ beob.	$(n - 1) \cdot 10^7$ ber.	ber. — beob.	Beobachter
6438	348,63	348,64	+ 0,01	Cuthbertson
5790	349,17	349,15	- 0,02	"
5461	349,50	349,49	- 0,01	"
	349,24	—	+ 0,25	Koch
5086	349,92	349,95	+ 0,03	Cuthbertson
4917	349,80	350,21	+ 0,41	Koch
4800	350,40	350,39	- 0,01	Cuthbertson
4109	351,98	351,83	+ 0,45	Koch
3985	352,04	352,10	+ 0,06	"
3908	352,61	352,41	- 0,20	"
3705	353,09	353,10	+ 0,01	"
3342	353,98	354,65	+ 0,67	"
2926	356,48	357,22	+ 0,74	"
2858	357,51	357,74	+ 0,23	"
2577	359,63	360,44	+ 0,81	"
2465	360,63	361,79	+ 1,16	"
2379	362,54	362,97	+ 0,43	"

Bemerkenswert ist die große Differenz bei 2465 Å.-E. und der Abfall bei 2379 Å.-E.

Wie sich zeigen wird, ergibt sich ähnliches bei jedem Versuch einer Dispersionsformel bei diesen Werten, was darauf schließen läßt, daß ein besonders starker Beobachtungsfehler im Spiele ist.

Es wurde nun versucht, eine neue Formel abzuleiten auf Grund der Messungen von Koch und Cuthbertson. Eine solche wurde gefunden in der Form:

$$n - 1 = \frac{1,2835 \cdot 10^{37}}{37033 \cdot 10^{37} - \nu^2} \quad {}^1) \quad \lambda_0 = 494 \text{ Å.-E.}$$

Die Formel schließt sich den Messungen von Cuthbertson gut an und schmiegt sich auch den Kochschen Werten soweit als möglich an. Näher illustrieren möge das Tab. 2a (s. S. 8) und besonders Fig. 2a.

Auffallend ist wieder der große Unterschied in den Fehlern bei den beiden kurzwelligsten Werten. Eine genaue Entscheidung über den Verlauf der Kurve in diesem Gebiete könnten erst noch ultravioletttere Messungen liefern. Im übrigen weist die Formel keinen Gang gegen die Beobachtung auf, wie aus

1) Die Werte von C und ν_0^2 erscheinen hier also gegen die entsprechenden Werte der Formel (2) um rund 6% erhöht. λ_0 ist von 507 Å.-E. in Formel (2) nach 494 Å.-E. gerückt.

Tabelle 2a.

λ Å.-E.	$(n-1) \cdot 10^7$ beob.	$(n-1) \cdot 10^7$ ber.	ber.-beob.	Beobachter
6438	348.63	348.63	0,00	Cuthbertson
5790	349,17	349,11	- 0,06	"
5461	349,50	349,44	- 0,06	"
	349,24		+ 0,20	Koch
5209	349.81	349,72	- 0,09	Cuthbertson
5086	349,92	349,87	- 0,05	"
4917	349.80	350,11	+ 0,31	Koch
4800	350.40	350,28	- 0,12	Cuthbertson
4109	351,38	351,65	+ 0,27	Koch
3985	352.04	351,97	- 0,07	"
3908	352.61	352,18	- 0,43	"
3705	353,09	352,84	- 0,25	"
3342	353,98	354.29	+ 0,31	"
2926	356,48	356,72	+ 0,24	"
2858	357,51	357,22	- 0,29	"
2754	358,24	358.06	- 0,18	"
2577	359.63	359.74	+ 0,11	"
2465	360.63	361.02	+ 0,39	"
2379	362,54	362,13	- 0,41	"

Tab. 2a und Fig. 2a ersichtlich ist. Auch bleiben die Differenzen zwischen Rechnung und Messung durchweg innerhalb der Fehlergrenzen. *Formel (2a) gibt also mit einer Eigenfrequenz, die 9 Å.-E ultravioletter ist als die Seriengrenze (503 Å.-E.) die Beobachtungen gut wieder. In dieser Formel tritt aber die Resonanzlinie, die bei 584,4 Å.-E. liegt, überhaupt nicht auf. Es ist daher zu prüfen, ob nicht eine zweigliedrige Formel, in der die eine Eigenwellenlänge die Resonanzlinie ist, die Messungen ebenso gut darstellt.*

Wir suchen demnach eine Formel

$$n - 1 = \frac{C_1}{\nu_1^2 - \nu^2} + \frac{C_2}{\nu_2^2 - \nu^2},$$

in der das erste Glied von der Resonanzlinie, das zweite von einer ultravioletten Wellenlänge herrühren soll. C_1 , C_2 und ν_2 sind die Unbekannten, die so bestimmt wurden, daß sich die berechnete der beobachteten Kurve gut anschließt. Auf diesem Wege wurden die folgenden beiden Formeln gefunden:

$$(2b) \quad n - 1 = \frac{0,08579 \cdot 10^{37}}{26352 \cdot 10^{37} - \nu^2} + \frac{1,21414 \cdot 10^{37}}{36471 \cdot 10^{37} - \nu^2}$$

mit $\begin{cases} \lambda_1 = 584,4 \text{ Å.-E.} \\ \lambda_2 = 496,8 \text{ Å.-E.} \end{cases}$

$$(2c) \quad n - 1 = \frac{0,54598 \cdot 10^{27}}{26352 \cdot 10^{27} - \nu^2} + \frac{1,3350 \cdot 10^{27}}{95654 \cdot 10^{27} - \nu^2}$$

$$\text{mit } \begin{cases} \lambda_1 = 584,4 \text{ \AA.-E.} \\ \lambda_2 = 306,7 \text{ \AA.-E.} \end{cases}$$

Die Resultate der beiden Formeln gibt Tab. 2b und 2c, in der außerdem in einer besonderen Rubrik die Differenzen der aus beiden Formeln berechneten Werte gegeneinander zu finden sind.

Tabelle 2b und 2c.

λ Å.-E.	$(n - 1) \cdot 10^7$ beob.	$(n - 1) \cdot 10^7$ ber. nach Formel (2b)	Differenz ber. nach Formel (2b) — beob.	$(n - 1) \cdot 10^7$ ber. nach (Formel 2c)	Differenz ber. nach Formel (2c) — beob.	Differenz ber. n. Form. (2b) — ber. n. F. (2c)	Beobachter
6498	348,63	348,60	— 0,03	348,78	+ 0,15	— 0,18	Cuthbertson
5790	349,17	349,09	— 0,08	349,27	+ 0,10	— 0,18	"
5461	349,50	349,42	— 0,08	349,60	+ 0,10	— 0,18	"
—	349,24	—	+ 0,18	—	+ 0,36	—	Koch
5209	349,81	349,70	— 0,11	349,88	+ 0,07	— 0,18	Cuthbertson
5086	349,92	349,86	— 0,06	350,03	+ 0,11	— 0,17	"
4917	349,80	350,10	+ 0,30	350,26	+ 0,46	— 0,16	Koch
4800	350,40	350,29	— 0,11	350,44	+ 0,04	— 0,15	Cuthbertson
4109	351,98	351,69	+ 0,31	351,81	+ 0,43	— 0,12	Koch
3985	352,04	352,05	+ 0,01	352,14	+ 0,10	— 0,11	"
3908	352,61	352,26	— 0,35	352,35	— 0,26	— 0,09	"
3705	353,09	352,92	— 0,17	353,01	— 0,08	— 0,09	"
3842	353,98	354,43	+ 0,45	354,47	+ 0,49	— 0,04	"
2926	356,48	356,92	+ 0,44	356,90	+ 0,42	+ 0,02	"
2858	357,51	357,46	— 0,05	357,44	— 0,07	+ 0,02	"
2754	358,24	358,32	+ 0,08	358,26	+ 0,02	+ 0,06	"
2577	359,63	360,07	+ 0,44	359,99	+ 0,36	+ 0,08	"
2465	360,63	361,39	+ 0,76	361,28	+ 0,65	+ 0,11	"
2379	362,54	362,54	0,00	362,42	— 0,12	+ 0,12	"

Den guten Verlauf der beiden Kurven lassen noch deutlicher als die Tabelle die Fig. 2b und 2c erkennen, wo \circ die beobachteten, + die nach Formel (2b) und \times die nach Formel (2c) berechneten Werte angeben. An den Stellen, wo Rechnung und Beobachtung nahezu zusammenfallen (Differenz $< 0,10$) ist nur der beobachtete Wert eingezeichnet. Aus Tabelle und Figur sieht man, daß beide Formeln einen schwachen, aber deutlichen Gang gegeneinander aufweisen. $n_1 = \infty - 1$ berechnet sich nach Formel (2b) zu $346,5 \cdot 10^{-7}$, nach Formel (2c) zu $346,8 \cdot 10^{-7}$, d. h. die Differenz, wie sie in der vor-

letzten Spalte der Tabelle angegeben ist, nimmt vom roten Ende des Spektrums ins Ultrarot weiter in demselben Sinne zu, wie schon im sichtbaren Gebiet und nähert sich dem Wert $-0,20$. Die beiden Kurven bleiben also eng beisammen bis zu $\lambda = \infty$.

Wir haben also jetzt drei Formeln von annähernd derselben Leistungsfähigkeit. Es bleibt noch zu prüfen, wieweit das aus diesen Formeln berechnete Quadrat des Brechungsindex mit der bekannten Dielektrizitätskonstante von Helium übereinstimmt. Die Dielektrizitätskonstante ist von Hochheim¹⁾ zu $1,000074 \pm 0,00004$ bestimmt. Die aus den Formeln extrapolierten Werte für $n_{\lambda=\infty}^2$ gibt Tab. 2d.

Tabelle 2d.

n_{∞}^2 ber.	Zur Berechnung benutzte Formel
1,00006932	2a
1,00006930	2b
1,00006935	2c

Die Formeln liefern also übereinstimmend $\epsilon = 1,000069$. Wenn man den Beobachtungsfehler der Dielektrizitätskonstantenbestimmung berücksichtigt, kann die Übereinstimmung zwischen n_{∞}^2 und ϵ eine so gut wie vollständige genannt werden. Andererseits läßt die Tatsache, daß die drei Formeln gleiche n_{∞}^2 -Werte ergeben, es nicht zu, mit Hilfe der Dielektrizitätskonstante einer von ihnen den Vorzug zu geben.²⁾

Auch in den zweigliedrigen Formeln hat das Glied, das neben der Resonanzlinie eingeht, eine Wellenlänge, die ultravioletter ist als die Grenze der Absorptionsserie, wobei allerdings der Abstand dieses zweiten Gliedes von der Seriengrenze in Formel (2b) nur 6 Å.-E. beträgt gegenüber 200 Å.-E. in Formel (2c). Beide Formeln weisen ferner der Resonanzlinie einen

1) E. Hochheim, Verh. D. phys. Ges. 10. 446. 1908.

2) Aus diesem Resultat folgt, daß Messungen im Ultrarot, deren Genauigkeit nicht über die der Cuthbertson'schen hinausgeht, keine Entscheidung zwischen den Formeln liefern könnten, sondern nur weitere Messungen im Ultraviolett.

kleineren Einfluß zu als dem zweiten Gliede. Näheres darüber s. weiter unten, wo die Werte p der Zahl der pro Atom wirkenden Elektronen aus den Formeln berechnet und zusammengestellt sind. In Formel (2b) ist dieser Einfluß besonders klein, so daß der Beitrag des ersten Gliedes zu den Werten der Brechungsindizes im sichtbaren Gebiet trotz der verhältnismäßig großen Nähe der Resonanzlinie nur etwa 4 Proz. beträgt.

2. Neon.

Auch bei Neon errechnet sich aus der Cuthbertsonschen Formel¹⁾ das Doppelte der gemessenen Werte. Wir werden sie wieder so benutzen, daß sie direkt die Beobachtungen gibt. Das wird noch einmal besonders betont, da in der Literatur²⁾ sich häufig Unklarheiten finden. Die Cuthbertsonschen³⁾ Dispersionsmessungen sind die einzigen für Neon vorliegenden und umfassen wieder nur das sichtbare Gebiet. Cuthbertsons Formel:

$$n - 1 = \frac{2,59326 \cdot 10^{27}}{38916,2 \cdot 10^{27} - \lambda^2}; \quad \lambda_0 = 480,9 \text{ Å.-E.}$$

gibt diese Beobachtungen fast exakt wieder. Es liegt also kein Grund vor zur Aufstellung einer neuen. Immerhin dürften aber, und das gilt auch für Krypton und Xenon, Messungen im Ultraviolett hier einmal eine ähnliche Korrektur fordern, wie sie sich bei He und Argon als nötig erweist. Zurzeit ist das Beobachtungsmaterial auf einen zu engen Spektralbereich begrenzt.

Vorläufig haben wir eine Eigenwellenlänge von 481 Å.-E. in der Dispersionsformel, gegenüber einer Ionisierungsspannung

1) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) 84. 13. 1910.

2) So bringt Loria in seiner „Lichtberechnung in Gasen usw.“, Braunschweig 1914, zwar immer die Formel, die die doppelten Werte berechnet. Bei Neon, Krypton und Xenon gibt er auch für die $(n - 1)$ diese doppelten Werte an; bei Helium und Argon dagegen die einfachen. Endlich sind die Werte für Xenon zehnmal zu klein. Diese Werte sind auch in das Lehrbuch der Physik von Chwolson, Bd. II, 2, Braunschweig, 2. Aufl., 1922, übergegangen.

3) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) 83. S. 149. 1909; 84. S. 13. 1910.

von 575 Å.-E.¹⁾ Erstere ist also auch hier ultravioletter als die Seriegrenze. Eine *wesentliche* Verschiebung dürfte dieses Verhältnis, nach Helium und Argon zu schließen, durch weitere Messungen nicht mehr erfahren.

3. Argon.

a) Diskussion der Messungen.

Bei Argon stimmen die Werte der verschiedenen Beobachter noch weniger untereinander überein als bei Helium. Ganz aus der Reihe fallen die Werte von Ahrberg.²⁾ Die Messungen von Cuthbertson³⁾ ergeben wie bei Helium den gleichen Verlauf, den die Beobachtungen von Burton⁴⁾ zeigen, und liegen, wie dort, tiefer als die letzteren. Doch ist hier die Differenz viel größer: 20 bis 25 Einheiten der 7. Dezimale, also ungefähr das 25fache. Allerdings sind die $(n-1)$ -Werte bei Argon etwa 8mal größer als bei Helium. Trotzdem ist die relative Übereinstimmung immer noch schlechter. Da die beiden Meßreihen sich wieder nur über das sichtbare Gebiet erstrecken, stellen die bis weit ins Ultraviolette (bis 2441 Å.-E.) reichenden sorgfältigen Messungen von A. Quarder⁵⁾, die kürzlich veröffentlicht wurden, eine wertvolle Bereicherung dar. Soweit die Quarderschen Beobachtungen in dasselbe Gebiet fallen, wie die von Burton und Cuthbertson, liegen sie durchweg zwischen den Werten dieser beiden und zwar immer näher bei denen von Cuthbertson. Die Kurven der drei Beobachter zeigen auch ungefähr einen gleichen Verlauf. Am besten vermag die Verhältnisse Fig. 3 veranschaulichen, wo \times die Quarderschen, \circ die Cuthbertsonschen und \square die Burtonschen Messungen bezeichnen. Die von Ahrberg gefundenen Brechungsindizes sind durch γ bezeichnet. Der Abstand der Werte von Quarder gegen die von Cuthbertson ist nun aber hier viel größer (auch in Prozenten) als bei

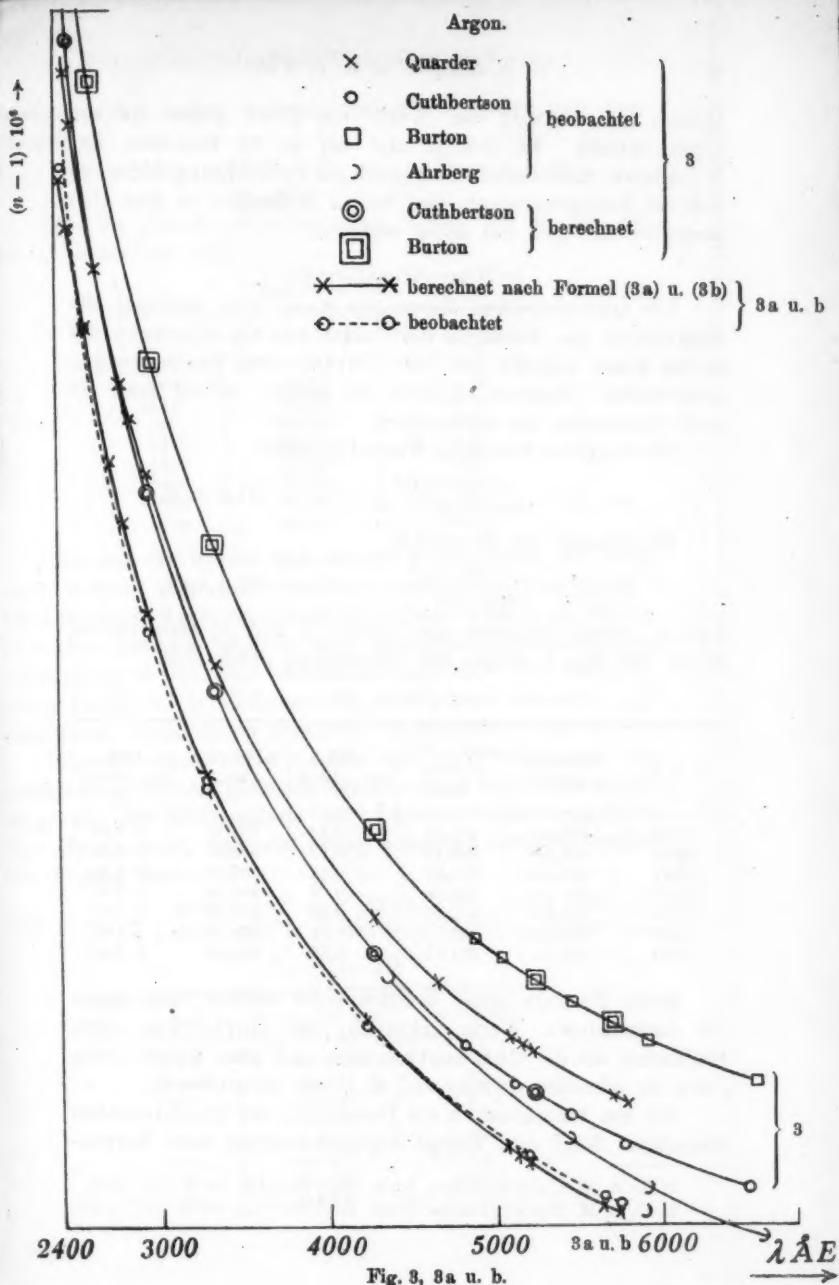
1) Die Werte der Ionisierungs- und Resonanzspannung sind für Helium aus Landolt-Börnstein entnommen; für Neon und Argon sind die letzten Werte benutzt, die Hertz aus Elektronenstoßmessungen gewann (Zeitschr. f. Physik 18. 1923).

2) F. Ahrberg, Diss. Halle 1909.

3) C. u. M. Cuthbertson, a. a. O.

4) W. Burton, a. a. O.

5) A. Quarder, Ann. d. Ph. 74. 1924.



Helium der Abstand der Werte von Koch gegen die von Cuthbertson. Er beträgt hier bis zu 10 Einheiten der 7. Dezimale und überschreitet gewiß die Beobachtungsfehler, so daß ein Zusammenfassen der beiden Meßreihen in eine Dispersionsformel sich von selbst verbietet.

b) Dispersionsformeln.

Die Quarderschen Messungen geben nun zunächst die Möglichkeit, das Versagen der beiden von Cuthbertson auf Grund seiner eigenen bzw. der Burtonschen Beobachtungen aufgestellten Dispersionsformeln zu zeigen, sobald man sie nach Ultraviolett hin extrapoliert.

Die Cuthbertsonsche Formel¹⁾ lautet:

$$n - 1 = \frac{4,71632 \cdot 10^{27}}{17008,9 \cdot 10^{27} - \nu^2}; \quad \lambda_0 = 727,4 \text{ Å.-E.}$$

Die Formel von Burton²⁾:

$$n - 1 = \frac{4,562 \cdot 10^{27}}{16335 \cdot 10^{27} - \nu^2}; \quad \lambda_0 = 742,3 \text{ Å.-E.}$$

Tab. 3, sowie besonders die durch \odot und ∇ bezeichneten Werte der Fig. 3 mögen die Abweichung illustrieren.

Tabelle 3.

λ Å.-E.	Quarder beob.	nach Cuth- bertson ber.	Diff. ber.—beob.	n. Burton ber.	Diff. ber.—beob.
2442	303,78	304,32	+ 0,54	307,72	+ 3,94
2618	300,38	300,48	+ 0,10	303,69	+ 3,31
2961	295,50	295,08	- 0,42	297,99	+ 2,49
3349	291,62	290,99	- 0,63	293,69	+ 2,07
4275	286,34	285,54	- 0,80	287,95	+ 1,61
5218	283,50	282,77	- 0,73	285,06	+ 1,56
5700	282,55	281,87	- 0,68	284,09	+ 1,54

Beide Formeln lassen deutlich einen starken Gang gegen die beobachteten Werte erkennen; die Burtonsche noch merklicher als die Cuthbertsonsche, und zwar weisen beide einen zu schnellen Anstieg auf, d. h. ein zu großes λ_0 .

Als am brauchbarsten zur Darstellung der Quarderschen Messungen durch eine einzige Eigenschwingung ohne Bertück-

1) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) 84. S. 13. 1910.

2) C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) 83. S. 151. 1909.

sichtigung der beiden anderen Meßreihen erwies sich eine Formel:

$$(3a) \quad n - 1 = \frac{4,9981 \cdot 10^{37}}{17953 \cdot 10^{37} - \lambda^2}; \quad \lambda_0 = 708,0 \text{ Å.-E.}$$

Tab. 3a gibt die so errechneten Werte, die in Fig. 3a mit ○ bezeichnet sind.

Tabelle 3a.

λ Å.-E.	$(n - 1) \cdot 10^6$ ber.	Diff. ber.—beob.
2442	303,97	+ 0,19
2618	300,37	- 0,01
2961	295,28	- 0,22
3349	291,43	- 0,19
4275	286,25	- 0,09
5218	283,63	+ 0,13
5700	282,77	+ 0,22
5782	282,65	+ 0,18

Die aus der Formel gewonnenen Werte zeigen also noch einen kleinen, aber deutlichen Gang gegen die Beobachtungen. Die berechnete Kurve ist immer noch etwas zu stark gekrümmt. Immerhin schließen sich in dem durchmessenen Bereich die berechneten Werte den beobachteten gut an. Die Versuchsfehler dürfen 5—10 Einheiten der 8. Dezimale betragen. Die Differenzen erreichen im Maximum 22 Einheiten dieser Stelle.

Ähnlich wie bei He konnte nun auch bei Argon eine zweigliedrige Formel gefunden werden, deren eine Eigenwellenlänge die der Resonanzlinie ist. Da die Beobachtungsfehler hier kleiner sind, ließ sich eine eindeutige Auswahl treffen. Die Formel lautet:

$$(3b) \quad n - 1 = \frac{0,02715 \cdot 10^{37}}{8499,6 \cdot 10^{37} - \lambda^2} + \frac{5,0131 \cdot 10^{37}}{18215 \cdot 10^{37} - \lambda^2}; \quad \begin{cases} \lambda_1 = 1029 \text{ Å.-E.} \\ \lambda_2 = 702,9 \text{ Å.-E.} \end{cases}$$

Tabelle 3b.

λ Å.-E.	$(n - 1) \cdot 10^6$ ber.	ber.—beob.
2442	303,97	+ 0,19
2618	300,37	- 0,01
2961	295,28	- 0,22
3349	291,42	- 0,20
4275	286,25	- 0,09
5218	283,63	+ 0,13
5700	282,77	+ 0,22
5782	282,65	+ 0,18

Die zweigliedrige Formel führt also zu genau denselben Werten wie die eingliedrige. Sie schmiegt sich den Beobachtungen gut an, läßt aber doch noch einen merklichen Gang gegen diese bestehen. Beachtung verdient, daß der Zähler des ersten Gliedes in Formel (3b) ungefähr dieselbe Größe hat, wie der entsprechende Zähler in der Heliumformel (2b). Demnach ist auch hier der Beitrag des ersten Gliedes, in das die Resonanzlinie eingeht, zu den $(n-1)$ -Werten klein gegen den des zweiten: 3,30 gegen 279,35 bei 5782 Å.-E., 3,88 gegen 300,09 bei 2472 Å.-E.

Um nun zu prüfen, ob es eventuell eine andere zweigliedrige Formel gibt, welche die Beobachtung exakt darstellt, betrachten wir folgende Aufgabe:

Die Dispersion des Argons soll dargestellt werden durch eine Gleichung von der Form:

$$(4) \quad n - 1 = \frac{C_1}{\nu_1^2 - \nu^2} + \frac{C_2}{\nu_2^2 - \nu^2}.$$

Setzen wir für ν_2 die Resonanzlinie (die übrigens leider nicht so genau bekannt zu sein scheint wie bei Helium), so bleiben in einer Gleichung:

$$(5) \quad n - 1 = \frac{x}{x - \nu^2} + \frac{y}{\nu_2^2 - \nu^2},$$

die drei Unbekannten x , y und z . Wir haben also mit anderen Worten das Problem der Lösung einer Gleichung zweiten Grades mit drei Unbekannten. Die Gleichung wurde zunächst allgemein nach z aufgelöst. Rechnung und Formeln sind in einem Anhang besonders angegeben. Durch Einsetzen zweier möglichst weit auseinanderliegenden und eines dazwischen liegenden λ und der entsprechenden Brechungsindizes werden dann die gesuchten Größen gewonnen. Für Argon ergeben sich auf diesem Wege unter Benutzung der Wellenlängen 5287, 3349 und 2442 Å.-E. mit den zugehörigen Brechungsindizes folgende beiden Formeln:

$$(6) \quad n - 1 = \frac{8,2305 \cdot 10^{27}}{10215,3 \cdot 10^{27} - \nu^2} - \frac{4,4851 \cdot 10^{27}}{8499,6 \cdot 10^{27} - \nu^2}; \quad \begin{cases} \lambda_1 = 938,6 \text{ Å.-E.} \\ \lambda_2 = 1029 \text{ Å.-E.} \end{cases}$$

$$(7) \quad n - 1 = \frac{84,3615 \cdot 10^{27}}{8596,99 \cdot 10^{27} - \nu^2} - \frac{81,0574 \cdot 10^{27}}{8499,6 \cdot 10^{27} - \nu^2}; \quad \begin{cases} \lambda_1 = 1023,2 \text{ Å.-E.} \\ \lambda_2 = 1029 \text{ Å.-E.} \end{cases}$$

Für die erste dieser beiden gibt Tab. 4 einige Werte:

Tabelle 4.

λ Å. E.	$(n-1) \cdot 10^6$ ber.	Diff. ber.—beob.
2422	303,76	- 0,02
2618	300,43	+ 0,05
3349	291,71	+ 0,02
4561	285,08	+ 0,09
5782	282,58	+ 0,11

Eine etwas weniger gute Übereinstimmung liefert Formel 7, was daran liegt, daß bei Rechnung mit siebenstelligen Logarithmen die Differenz zweier nahe gleicher Zahlen zu bilden ist. Eine genauere Durchrechnung erübrigt sich aber, da, wie gleich näher ausgeführt wird, beide Formeln physikalisch unbrauchbar sind.

Um das Resultat zu diskutieren, soll das Ziel der Rechnung einmal etwas anders formuliert werden. Ein Stück einer Kurve ist durch Messungen bekannt. Dieses Stück, so nehmen wir jetzt an, sei enthalten in einer Kurve von der Form der Fig. 4. Diese Annahme steckt in Gleichung (4), ist aber enger

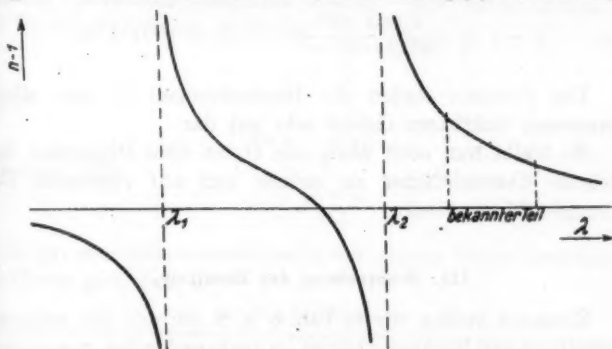


Fig. 4.

gefaßt, denn sie verlangt weiter, daß beide Zähler in Formel (4) positiv seien. Negative Zähler geben einen anderen Verlauf der Kurve und sind physikalisch unbrauchbar, da ja $C = \frac{1}{2\pi} \frac{Ne^2}{m}$ notwendig positiv ist. Nun liefert unser System von drei Gleichungen zweiten Grades zwar zwei Lösungen, bei denen die Abweichungen von der Beobachtung unterhalb der Versuchs-

fehler liegen. Aber in beiden Lösungen ist C_2 negativ. Damit ist erwiesen, daß die Dispersion des Argons sich durch eine zweigliedrige Formel nicht darstellen läßt, wenigstens dann nicht, wenn man die eine der beiden Eigenwellenlängen der Resonanzlinie gleichsetzt. Die stärkere Krümmung der auf anderem Weg gefundenen Formel (3b) scheint eher auf eine Formel hinzuweisen, in die noch ein drittes weit kurzwelligeres Glied als die Seriengrenze einzusetzen wäre. Aber für die dreigliedrige Formel hätten wir bereits fünf Gleichungen mit fünf Unbekannten nötig, wobei in der Durchrechnung Gleichungen höheren als zweiten Grades aufträten, ganz abgesehen von der verwirrenden Umständlichkeit der numerischen Auswertung eines solchen Systems.

4. Krypton und Xenon.

Für Krypton und Xenon gibt Cuthbertson¹⁾ die Formeln:

$$n - 1 = \frac{5,3445 \cdot 10^{27}}{12767,9 \cdot 10^{27} - \nu^2}; \quad \lambda_0 = 839,6 \text{ Å.-E.}$$

$$\text{bzw.} \quad n - 1 = \frac{6,1209 \cdot 10^{27}}{8977,9 \cdot 10^{27} - \nu^2}; \quad \lambda_0 = 1001 \text{ Å.-E.}$$

Die Formeln stellen die Beobachtungen in dem allein gemessenen sichtbaren Gebiet sehr gut dar.

Es bleibt nun noch übrig, die Daten über Dispersion der Edelgase übersichtlicher zu ordnen und auf eventuelle Beziehungen hinzuweisen.

III. Besprechung der Resultate.

Zunächst stellen wir in Tab. 5 (s. S. 89) das zur weiteren Verwertung und Rechnung nötige im vorhergehenden gewonnene Material zusammen, um dann zur Einzelbesprechung überzugehen.

1. Zahl der Dispersionselektronen.

Im folgenden soll jetzt auf Grund unserer Dispersionsformeln die Zahl p der pro Atom und Eigenwellenlänge wirk-

1) C. u. M. Cuthbertson, a. a. O.

Tabelle 5.

	He	Ne	Ar	Kr	Xe	
$\left\{ \begin{array}{l} [(n-1)_{4800} \\ - (n-1)_{6493}] \\ \cdot 10^{-7} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,77 \\ 1,65 \\ 1,69 \\ 1,66 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 3,0 \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 29,6 \\ 28,0 \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 60,1 \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 141 \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cuthbertson beob.} \\ \text{u. ber.} \\ \text{ber. nach (2a) u. (3a)} \\ \text{n. Formel (2b) bzw. (3b)} \\ \text{nach Formel (2c)} \end{array} \right.$
$C \cdot 10^{-27}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,21 \\ 1,28 \\ 1,21 \text{ u.} \\ 0,036 \\ 1,34 \text{ u.} \\ 0,55 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 2,59 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4,72 \\ 5,0 \\ 5,01 \text{ u.} \\ 0,027 \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 5,34 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 6,12 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cuthbertson beob.} \\ \text{u. ber.} \\ \text{n. Formel (2a) bzw. (3a)} \\ \text{n. Formel (2b) bzw. (3b)} \\ \text{nach Formel (2c)} \end{array} \right.$
$\nu_0^2 \cdot 10^{-27}$	$\left\{ \begin{array}{l} 34\ 992 \\ 37\ 033 \\ 36\ 471 \\ \text{u. Res. lin.} \\ 95\ 654 \\ \text{u. Res. lin.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 38916 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 17\ 009 \\ 17\ 953 \\ 18\ 215 \\ \text{u. Res. lin.} \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 12768 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 8978 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Formeln von Cuth-} \\ \text{bertson} \\ \text{n. Formel (2a) bzw. (3a)} \\ \text{n. Formel (2b) bzw. (3b)} \\ \text{nach Formel (2c)} \end{array} \right.$

samen Elektronen bestimmt werden. Wir haben schon auf S. 71 die Beziehung angegeben:

$$p = \frac{N}{L}$$

und

$$C = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{e^2 N}{m}$$

Daraus folgt:

$$p = \frac{2\pi m C}{e^2 L}$$

Die aus den Dispersionsformeln auf diesem Wege berechneten p -Werte gibt Tab. 6:

Tabelle 6.

	He	Ne	Ar	Kr	Xe	
p	$\left\{ \begin{array}{l} 1,11 \\ 1,18 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 2,37 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4,32 \\ 4,58 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4,90 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 5,61 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{n. Cuthbertsons Form.} \\ \text{n. Formel (3a) bzw. (3a)} \end{array} \right.$
p_1	$\left\{ \begin{array}{l} 0,083 \\ 0,500 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,025 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{n. Formel (2b) bzw. (3b)} \\ \text{nach Formel (2c)} \end{array} \right.$
p_2	$\left\{ \begin{array}{l} 1,11 \\ 1,22 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4,59 \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{n. Formel (2b) bzw. (3b)} \\ \text{nach Formel (2c)} \end{array} \right.$

Wenn wir nun die Resultate aus den eingliedrigen Formeln betrachten, zeigt sich zunächst folgende eigenartige Tatsache:

Bei Helium ist pro Atom 1 Elektron wirksam. Neon mit der ersten ausgebildeten Achterschale zeigt 2,4 Elektronen. Von Neon zu Argon verdoppelt sich die Zahl p beinahe, obwohl auch Argon nur Achterschalen hat. Dagegen ist die Zunahme von Argon zu Krypton nur gering, trotzdem jetzt die Besetzung der Elektronenschalen, allerdings der inneren, eine viel reichere geworden ist. Der relativ große Sprung zwischen Neon und Argon neben dem kleinen zwischen Argon und Krypton und einem mittleren zwischen Krypton und Xenon ist eine Erscheinung, die in anderen Vertikalreihen des periodischen Systems und in bezug auf andere Eigenschaften schon von Grimm hervorgehoben worden ist.¹⁾

Sowohl das starke Anwachsen des p von Neon zu Argon, als auch die Tatsache, daß es auch von Argon bis Xenon noch zunimmt, lassen die Mitwirkung des tieferen Niveaus in den Bereich der Möglichkeit rücken.

Die Niveauewerte nach Bohr und Coster²⁾ lassen deren Mitwirkung sogar besonders wahrscheinlich erscheinen. Bei Helium haben wir nur die zweifach besetzte K -Schale. Aber bei Neon liegen bereits vier Möglichkeiten vor: die doppelt besetzte K -Schale und die acht Elektronen der drei L -Niveaus L_{11} , L_{21} und L_{32} .³⁾ Neben dem obersten, dem L_{32} -Niveau, dessen Resonanzspannung bei 771 Å.-E. liegt und dessen Ionisierungsspannung 575 Å.-E. entspricht, scheint notwendig nicht nur L_{31} , sondern auch das noch tiefer liegende L_{11} in einer Dispersionsformel in Rechnung gesetzt werden zu müssen. Denn aus dem L_{11} -Term berechnet sich die Ionisierungsspannung zu etwa 290 Å.-E. und die entsprechende Resonanzlinie liegt noch näher am sichtbaren Gebiet. Eigenwellenlängen von etwa 300 Å.-E. üben aber auf die Dispersion im sichtbaren Gebiet und im anschließenden Ultraviolett noch einen sehr deutlich bemerkbaren Einfluß aus wie Formel (2c) zeigt. Dagegen kommt die K -Schale für die Dispersion bereits beim Argon kaum mehr in Betracht.

1) H. G. Grimm, Zeitschr. f. phys. Ch. 98. S. 353. 1921.

2) N. Bohr u. D. Coster, Zeitschr. f. Phys. 12. S. 342. 1922.

3) Die Bezeichnung der Niveaus ist A. Sommerfelds Buche „Atombau und Spektrallinien“, Braunschweig 1924, entnommen.

Ähnlich wie beim Neon liegen die Verhältnisse beim Argon, Krypton und Xenon, mit dem Unterschiede, daß die Zahl der zu berücksichtigenden Niveaus mit wachsender Ordnungszahl zunimmt. Das erstmalige Mitwirken einer tiefer liegenden Achterschale ließe so den Sprung Neon-Argon verständlicher erscheinen und die stärkere Besetzung sowie größere Zahl der die Dispersion bestimmenden Niveaus spräche im Sinne der Steigerung der Zahl p von Argon zu Xenon, wie sie Tab. 6 erkennen läßt.

Beim Übergang zu den zweigliedrigen Formeln zeigt sich folgendes Bild:

Die Elektronenzahl des Hauptgliedes ist in den zweigliedrigen Formeln von derselben Größenordnung wie in den eingliedrigen und nimmt in der gleichen Weise von Helium bis Xenon zu. Dagegen weisen Formel (2b) und (3b) der Resonanzlinie eine sehr geringe Elektronenzahl zu: beim Helium trifft [nach (2b)] auf 80 Atome ein Resonanzelektron, beim Argon auf 40 Atome ein solches; dem steht gegenüber, daß für das andere Glied auf jedes Atom 1,1 bzw. 4,6 Elektronen kommen. Dieselbe Zahl, nämlich $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{40}$, fanden Füchtbauer und Joos¹⁾ für die starke Absorptionslinie 2536 in Quecksilberdampf auf Grund ihrer Messungen über Verbreiterung von Spektrallinien. Ob hier eine Analogie vorliegt, läßt sich ohne weiteres nicht sagen. Denn neben der Interkombinationslinie 2536 (Typus $1S - 2p_2$) gibt es bei Quecksilber eine zweite, von der Grundbahn $1S$ ausgehende Linie vom Typus $1S - 2P$ (1849 Å.-E.). Ferner bestimmten Füchtbauer und Hofmann²⁾ für Alkalien die Resonatorenzahl p der Resonanzlinie pro Atom gleich 1, so daß danach Alkalidämpfe auf jeden Fall sich anders verhalten müßten als die Edelgase. Formel (2c) dagegen weist der Resonanzlinie einen stärkeren Einfluß zu als (2b) und (3b). Nach ihr trifft auf je zwei Atome ein diesbezügliches Elektron. Doch ergibt die folgende Diskussion, daß diese Formel nicht sehr wahrscheinlich ist.

1) Chr. Füchtbauer u. G. Joos, Phys. Zeitschr. 23. S. 78. 1922; Chr. Füchtbauer, G. Joos u. O. Dinkelacker, Ann. d. Phys. 71. S. 204. 1923.

2) Chr. Füchtbauer u. Hofmann, a. a. O.

2. Eigenwellenlängen.

Wenn wir jetzt die aus den Dispersionsformeln sich ergebenden Eigenwellenlängen mit den Ionisierungs- und Resonanzspannungen, soweit sie uns auf Grund der Elektronenstoßmessungen bekannt sind, vergleichen, so ergibt sich, wie Tab. 7 zeigt, folgendes:

Tabelle 7.

	Eigenwellenlänge aus Dispersionsform.	Ionisierungs- spannung in Å.-E.	Resonanz- linie in Å.-E.	Benutzte Dispersions- formel
He	$\begin{Bmatrix} 494 \\ 496,8 \\ 306,7 \end{Bmatrix}$	503	584,4	$\begin{Bmatrix} 2a \\ 2b \\ 2c \end{Bmatrix}$
Ne	480,9	575	771	Formel von Cuthbertson
Ar	$\begin{Bmatrix} 708,0 \\ 702,9 \end{Bmatrix}$	807	1029	$\begin{Bmatrix} 3a \\ 3b \end{Bmatrix}$
Kr	839,6	—	—	Formel von Cuthbertson
Xe	1001,4	—	—	Formel von Cuthbertson

(Bei den zweigliedrigen Formeln sind in die Tabelle nur die Eigenwellenlängen des zweiten Gliedes aufgenommen, während in das erste ja die Resonanzlinie eingeht.)

Die aus den eingliedrigen Dispersionsformeln berechneten Eigenwellenlängen sind alle ultravioletter als die Seriengrenze, müssen also bei Festhaltung der Gültigkeit der Dispersionsformel wohl als Schwerpunkt des kontinuierlichen Absorptionsspektrums gedeutet werden. Fassen wir jetzt die Größe des Abstandes dieses Schwerpunkts von der Seriengrenze ins Auge, so zeigen die drei Edelgase folgendes Verhalten:

He 9 Å.-E.

Ne 94 Å.-E.

Ar 99 Å.-E.

Wenn wir dieses Ergebnis mit Harrisons Messungen vergleichen, so finden wir, daß der Schwerpunkt beim Neon und Argon fast schon etwas weit abliegt. Aber wir haben eben beim Neon und Argon auch mit ganz andern Verhältnissen zu rechnen, da hier dem einzelnen Leuchtelektron der Alkalien die achtfach besetzte Schale dieser Gase gegenübersteht. Bei He mit der nur zweifach besetzten Schale liegt die Eigenwellenlänge aus Formel (2a) bedeutend näher an der Seriengrenze.

Gehen wir zu den zweigliedrigen Formeln, so geben (2b) und (3b), in denen die Resonanzlinie nur eine kleine Rolle

spielt, dasselbe Bild für den Abstand der Wellenlänge des zweiten Summanden von der Seriengrenze:

$$\text{He } 6 \text{ Å.-E.} \qquad \text{Ar } 104 \text{ Å.-E.}$$

Ganz anders stellt sich dagegen Formel (2c) dar, in der der Resonanzlinie $\frac{1}{2}$ Elektron pro Atom zukommt. Hier wird der Abstand bei Helium:

$$\text{He } 196 \text{ Å.-E.}$$

Hiernach läge der Schwerpunkt etwa 200 Å.-E. von der Grenze weg, also ganz gewiß in einem Gebiet, wo bei den Alkalien nach S. 72 der Dampf schon wieder sehr durchlässig ist. Eine entsprechende Formel für Argon wurde nicht gefunden, was ebenfalls gegen Formel (2c) und für Formel (2b) zu sprechen scheint.

Bemerkenswert erscheint endlich, besonders mit Rücksicht auf die Theorie Wentzels¹⁾, daß in der Neonformel und in der Argonformel (3a), also in den beiden eingliedrigen Formeln, der Abstand der Eigenwellenlänge von der Resonanzlinie jedesmal rund 300 Å.-E. beträgt, und zwar so, daß er vom Neon zu Argon, d. h. also mit Annäherung der Resonanzlinie an das sichtbare Gebiet, noch wächst:

$$\begin{array}{l} \text{Ne } 290 \text{ Å.-E.} \\ \text{Ar } 321 \text{ Å.-E.} \end{array}$$

Bei Helium gibt die eingliedrige Formel (2a) einen Abstand von 90 Å.-E. Die nach Wentzel allein maßgebende Resonanzlinie liegt aber beim Helium besonders weit von dem untersuchten Gebiet ab, so daß doch gerade hier wohl der größte Abstand erwartet werden sollte.

Auf die quantentheoretische Erklärung des kontinuierlichen Absorptionsspektrums ist bereits auf S. 72 hingewiesen. Soll nun dieses kontinuierliche Spektrum mit seinem Schwerpunkt in die klassische Dispersionsformel eingehen, so kann es nicht ausbleiben, daß neben den bereits erwähnten, mehr am Mangel genügender Messungen liegenden, zunächst noch allerlei andere Schwierigkeiten theoretischer Art auftreten, die man derzeit noch nicht überwinden kann.

1) G. Wentzel, Zeitschr. f. Phys. 29. S. 306. 1924.

3. Stärke der Dispersion und Réfraktion.

Die Zahl p der pro Atom wirksamen Elektronen ist proportional C . Die Stärke der Dispersion nimmt aber, wie Tab. 5 zeigt, viel schneller mit der Ordnungszahl zu als C bzw. p . Das ist auch selbstverständlich, da neben den steigenden Zählern, den C , die ν_0^2 mit der Ordnungszahl abnehmen. Beachtenswert ist auch der relativ große Sprung sowohl der

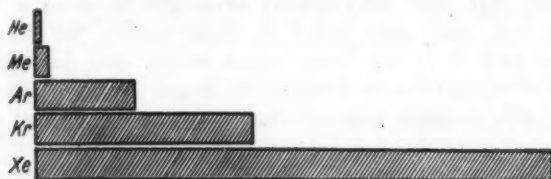


Fig. 5.

Dispersionsstärke als der ν_0^2 zwischen Neon und Argon, eine Erscheinung, deren Analogon wir schon bei der Elektronenzahl p besprochen haben. Anschaulich möge das Wachsen der Dispersion mit der Ordnungszahl Fig. 5 zeigen.

Beziehen wir die Werte $[(n-1)_{4900} - (n-1)_{6430}] \cdot 10^7$ aus Tab. 5 alle auf den Wert vom Helium, den wir gleich 1 setzen, so ergeben sich für die relative Stärke der Dispersion die Werte der Tab. 5a.

Tabelle 5a.

Dispersionsstärke bezogen auf Helium	He	Ne	Ar	Kr	Xe
	1	1,69	16,7	34,0	79,7

Andererseits hat Cuthbertson¹⁾ auf eine ganzzahlige Beziehung für die Refraktion aufmerksam gemacht, die für die D-Linie in Tab. 8a dargestellt ist.

1) C. Cuthbertson u. E. P. Metcalfe, Proc. Roy. Soc. 80. S. 411. 1908. C. Cuthbertson, Phil. Trans. [A] 204. S. 523. 1905. C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. [A] 81. S. 440. 1908.

Tabelle 8a.

λ Å.-E.	He	Ne	Ar	Kr	Xe
$(n-1) \cdot 10^7$	349	671	2815	4273	7020
Bezogen auf Helium ergibt sich mit Helium 1	1	2	8	12	20
Abweichung von dieser Ganzzahligkeit in %	—	- 3,9	+ 0,8	+ 2,0	+ 0,6

Eine nähere Prüfung zeigt, daß dasselbe Verhältnis mit einer Abweichung von höchstens 4 Proz. im ganzen gemessenen sichtbaren und ultravioletten Gebiet erhalten bleibt; ja extrapoliert man auf das entfernte Ultrarot, wo $(n-1) = \frac{C}{\nu_0^3}$ gesetzt werden kann, so gilt die Regel dort noch genauer.

Tabelle 8b.

	He	Ne	Ar	Kr	Xe
$\frac{C}{\nu_0^3} \cdot 10^7$	346,6	681,0	2784,0	4186,0	6819,2
Abweichung von der ganzzahl. Bez. der Tab. 8a in %	—	- 1,6	+ 0,5	+ 0,6	- 1,6

Scheinbar liegt hier ein Widerspruch mit Tab. 5a vor. Denn wenn die ganzzahlige Beziehung, wie sie Tab. 8a gibt, allgemein gilt, so müßte auch Tab. 5a annähernd dieselben Werte liefern wie Tab. 8a. Dieser Widerspruch klärt sich aber leicht, wenn wir berücksichtigen, daß für die einzelnen Gase die Eigenwellenlängen an verschiedenen Stellen des Spektrums weit im Ultraviolett liegen und im sichtbaren Gebiet die Änderung der $(n-1)$ -Werte (Dispersion) klein ist gegen $(n-1)$ selbst (Refraktion). Mit der Annäherung an eine solche Eigenschwingung nimmt das Ansteigen der $(n-1)$ dagegen schnell zu. Nun sind wir im sichtbaren Gebiet schon nahe genug an den Eigenschwingungen, um das Wachsen der Dispersion zu merken, wenn wir vom roten zum blauen Ende des Spektrums kommen. Das abweichende Verhalten in diesem Bereich gegen Tab. 8a in bezug auf die Stärke der Dispersion muß sich also aus einem Gang der prozentischen Abweichung errechnen lassen. Das zeigt die folgende Zusammenstellung, die für vier

Wellenlängen des sichtbaren Gebiets, sowie für eine ultraviolette bei Helium-Argon, diese Abweichung in Proz. angibt.

Tabelle 9.

λ Å.-E.	Ne	Ar	Kr	X
6438	- 3,90	+ 0,70	+ 1,78	+ 0,30
5461	- 3,92	+ 0,96	+ 2,23	+ 0,98
5209	- 3,93	+ 1,05	+ 2,38	+ 1,19
4800	- 3,96	+ 1,25	+ 2,69	+ 1,71
2700	—	+ 4,003	—	—
Differenz der Abweichung zwischen 4800 und 6438 Å.-E.	- 0,6	+ 0,55	+ 0,91	+ 1,51

Die Abweichung wächst also stetig mit der Annäherung an die Eigenfrequenz. Besonders deutlich ist das bei Argon zu sehen, wo der Vergleich mit Helium bis weit ins Ultraviolett möglich ist.

Die Ganzzahligkeit in Tab. 8a ist theoretisch vorläufig noch unerklärlich. Es kann daher hier nur besonders darauf aufmerksam gemacht werden, daß sie auch in dem besonders einfachen Fall einer Extrapolation auf unendlich lange Wellen für die Ausdrücke C/ν_0^2 erhalten bleibt.

IV. Metaldämpfe.

Neben den Edelgasen stehen noch Metaldämpfe mit einigen über das sichtbare Gebiet sich erstreckenden Dispersionsmessungen zur Verfügung, um die bei den Edelgasen aufgefundenen Beziehungen an freien Atomen zu prüfen. Die Zahl der Beobachtungen ist hier allgemein sehr klein und auf einen engen Bereich beschränkt. Nur bei Quecksilber, Cadmium und Zink ließen sich verwendbare Resultate erhoffen. Anstatt der einen Resonanzlinie bei den Edelgasen treten bei diesen drei Elementen zwei starke Absorptionslinien auf:

eine Interkombinationslinie vom Typus $1S - 2p_2$

und das erste Glied der Hauptserie der Einfachlinien vom Typus $1S - 2P$.

An Stelle der früheren zweigliedrigen sind hier also dreigliedrige Formeln zu erwarten, in denen jedesmal zwei Eigenwellenlängen bekannt sind.

1. Quecksilber.

Am einfachsten, und zwar in zweierlei Hinsicht, liegen die Verhältnisse beim Quecksilber. Denn hier ist die Zahl p_1 für die Absorption — und also auch für die Dispersion — von Füchtbauer und Joos¹⁾ auf Grund von Messungen an verbreiterten Spektrallinien zu etwa $\frac{1}{40}$ bestimmt; d. h. also jedes 40. Atom beteiligt sich mit einem Elektron in bezug auf die Linie 2536. Kennen wir aber p_1 , so können wir C_1 berechnen. Auf diesem Wege ergibt sich das erste Glied der Dispersionsformel in der Gestalt:

$$\frac{0.027299 \cdot 10^{27}}{1398.8 \cdot 10^{27} - \nu^2}$$

Der Zähler ist sehr nahe gleich dem des entsprechenden Gliedes in der zweigliedrigen Helium- und Argonformel. Aber hier einen Zusammenhang anzunehmen, ist wegen des Vorhandenseins einer zweiten starken Absorptionslinie beim Quecksilber noch sehr hypothetisch. Der Beitrag dieses Gliedes zu den $(n-1)$ -Werten ist naturgemäß sehr gering; wie Tab. 10 zeigt, etwa 2,5—3 Proz.

Tabelle 10.

λ Å.-E.	$(n-1) \cdot 10^6$ beobachtet	Ber. Beitrag des Gliedes mit $\lambda_1 = 2536$	Verbleiben- der Rest
4860	949	26,8	922
5132	943	25,8	917
5183	942,5	25,7	917
5461	941	24,9	916
5893	933	24,0	909
6110	924	23,6	900,5
6563	899,5	22,9	876,5
6900	920	22,6	897,5

Das war der eine Punkt, der uns Quecksilber besonders geeignet erscheinen ließ. Der zweite ist der, daß außer den vier Beobachtungen im sichtbaren Gebiet, die bei Cadmium und Zink allein zur Verfügung stehen, noch eine weitere Cuthbertsonsche²⁾ bei 6900 Å.-E. und vier Messungen von

1) Chr. Füchtbauer u. G. Joos, a. a. O.

2) C. Cuthbertson u. E. P. Metcalfe, Proc. Roy. Soc. (A) 80. S. 411. 1908; Phil. Trans. (A) 207. S. 135. 1906.

Mac Lennan¹⁾ zwischen 4860 und 6230 Å.-E. vorliegen, die, wie besonders die Fig. 6 zeigt, sich in die Cuthbertsonschen Zahlen gut einreihen, mit Ausnahme des Wertes bei 6230 Å.-E., der aus dieser Reihe herausfällt, aber in dem Sinne, daß er eine, wie wir gleich zeigen werden, unerklärliche Anomalie der übrigen langwelligen Beobachtungen nur noch stärker her-

○ McLennan.

× Cuthbertson und Metcalfe.

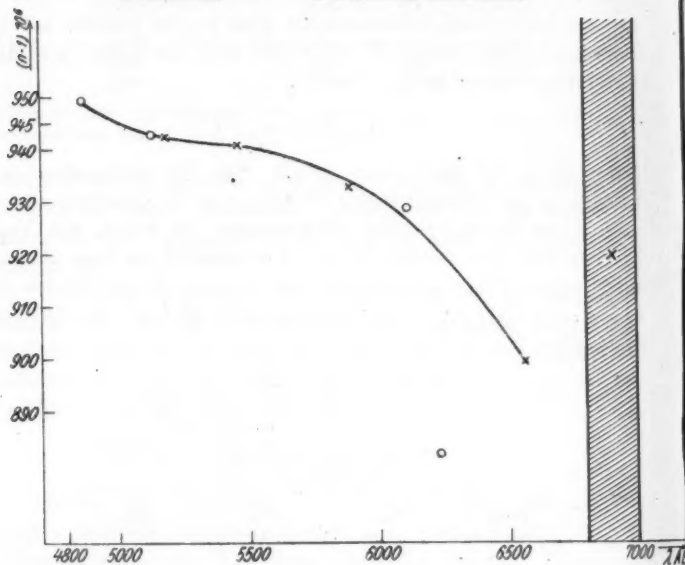


Fig. 6.

vorhebt. Sehen wir von diesem einen Werte ab, so ordnen sich die übrigen acht Messungen leicht in eine Kurve ein.

Die Aufgabe, die uns bleibt, scheint also zunächst wesentlich dieselbe wie früher bei Helium und Argon. Wir haben acht brauchbare Messungen. Von diesen beobachteten Werten ziehen wir den Beitrag des Gliedes mit der Linie 2536 ab und erhalten dann die in der letzten Rubrik der Tab. 10 gegebenen Werte. Mit deren Hilfe soll jetzt, wie bereits früher bei den Edelgasen, eine eingliedrige Formel gesucht werden bzw. eine zweigliedrige, deren eine Eigenwellenlänge gleich

1) J. C. McLennan, Proc. Roy. Soc. (A) 100. S 191. 1921.

dem ersten Glied der Hauptserie der Einfachlinien, das ist gleich 1849 Å.-E. gesetzt wird.

Doch bietet sich da, wie bereits aus dem Gang der Kurve in Fig 6 ersichtlich ist, eine ganz unerwartete Schwierigkeit. *Der starke Abfall der Dispersionskurve von Gelb nach Rot, den beide MeBreihen übereinstimmend zeigen, und das Wiederansteigen des Brechungsindex bei 6900 Å.-E. scheinen sehr bestimmt auf ein Absorptionsgebiet bei etwa 6900 bis 7000 Å.-E. hinzuweisen.* An sich wäre das Auftreten einer solchen Eigenschwingung im Quecksilberdampf natürlich möglich, da es auf noch vorhandene Moleküle zurückgeführt werden könnte. Es ergäbe sich hier sogar ein Weg, den Prozentsatz der Moleküle zu berechnen oder, wenn man annimmt, daß nicht jedes auch wirklich absorbiert, doch wenigstens eine untere Grenze für deren Anzahl zu finden. Aber Quecksilberdampf zeigt nach den Beobachtungen von Dobbie und Fox¹⁾ am roten Ende keine Absorption. Da jedoch aus der Arbeit nicht klar hervorgeht, wieweit die Messung ins Rot reicht, hatte Hr. Dr. Joos die Freundlichkeit, für uns Quecksilberdampf in dem in Frage kommenden Bereich zu untersuchen und fand, daß bis zu 7200 Å.-E. keine Absorptionsbanden auftreten.²⁾ Die Annahme einer roten Eigenschwingung muß also aufgegeben werden und damit erweist es sich als überhaupt unmöglich, die Beobachtungen durch die klassische Dispersionsformel wiederzugeben, besonders da auch rein rechnerisch, selbst unter Zulassung eines „virtuellen“ roten Gliedes, der Gang der Kurve durch eine Formel von der Form

$$\frac{C_1}{\nu_1^2 - \nu^2} + \frac{C_2}{\nu_2^2 - \nu^2} + \frac{0,027 \cdot 10^{37}}{1399 \cdot 10^{37} - \nu^2}$$

nicht dargestellt werden konnte. Zieht man nur die Messungen am kurzwelligen Ende des Spektrums in Betracht, so weisen diese auf eine Eigenschwingung in der Nähe der Ionisierungs-spannung hin. ($\lambda_0 = 1170$ Å.-E.; $p = \text{etwa } 5\frac{1}{2}$; oder bei Berücksichtigung der Linie 2536: $\lambda_0 = 1090$ Å.-E., $p = 6$, gegenüber einer Ionisierungsspannung von 1188 Å.-E.) Im ganzen können aber bei Quecksilber bestimmtere Aussagen vorerst

1) Dobbie u. Fox, Proc. Roy. Soc. (A) 98. S. 147. 1921.

2) Wir sind Hrn. Dr. G. Joos für sein Entgegenkommen zu großem Dank verpflichtet.

nicht gemacht werden. Sein Verhalten spricht immerhin eher im Sinne unserer Ausführungen bei den Edelgasen als gegen diese. Die Frage, ob bei den Messungen sich nicht systematische Fehler eingeschlichen haben, bleibt einstweilen offen. Indes macht die Tatsache, daß beide Beobachter denselben Verlauf der Dispersion finden, diese Annahme unwahrscheinlich.

In diesem Zusammenhang sei noch darauf hingewiesen, daß Cuthbertson¹⁾ zur Darstellung seiner Messungen eine Formel mit einer innerhalb gewisser Grenzen beweglichen Eigenschwingung gibt in der Form:

$$n - 1 = \frac{8,91 \cdot 10^{27}}{4860 \cdot 10^{27} - \nu^2} \text{ bis } \frac{4,29 \cdot 10^{27}}{4740 \cdot 10^{27} - \nu^2}$$

entsprechend $\lambda_0 = 1440$ bis 1550 \AA.-E. Die veränderliche Eigenwellenlänge ist also bei dieser Form kurzwelliger als die beiden starken Absorptionslinien 2536 und 1849 und langwelliger als die 1188 \AA.-E. entsprechende Ionisierungsspannung. Im Sinne der klassischen Theorie käme einer solchen Darstellung keine Bedeutung zu, wohl aber nach der Theorie von Wentzel.²⁾ In dessen Formeln geht nur die Resonanzlinie ein, aber in einer komplizierteren, bis jetzt noch unbekannten Funktion etwa als:

$$n - 1 = \frac{C}{f(\nu_0, \nu) - \nu^2}.$$

Für Gebiete, die weitab von der Resonanzlinie liegen, wie dies bei den Edelgasen der Fall ist, soll dieses $f(\nu_0, \nu)$ einen konstanten Wert annehmen. Hier bei Quecksilber aber, wo die beiden in Betracht kommenden Linien schon näher am sichtbaren Gebiet liegen, sind wir in dem Zwischengebiet, in dem $f(\nu_0, \nu)$ noch als veränderlich anzusehen ist. Die Wentzel'sche Formel ist hier vorerst noch nicht streng anwendbar, da sie nur für Systeme mit einem quantentheoretischen Freiheitsgrad abgeleitet ist und in dieser Form zunächst nur an dem völlig entarteten System des Wasserstoffatoms verifiziert werden könnte.

2. Zink und Cadmium.

Noch weniger als bei Quecksilber läßt sich bei Zink und Cadmium feststellen. Hier stehen nur je vier Messungen

1) C. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. (A) 83. S. 151. 1909.

2) G. Wentzel, a. a. O.

zwischen 5180 und 6560 Å.-E. zur Verfügung¹⁾ und eine der zweigliedrigen bei den Edelgasen analoge Formel verlangt schon die Bestimmung von 4 Unbekannten, nämlich: C_1 , C_2 , C_3 und λ_3 .

Bei Cadmium gibt zudem die vierte Zahl trotz größerer Wellenlänge denselben Brechungsindex wie die dritte. Es

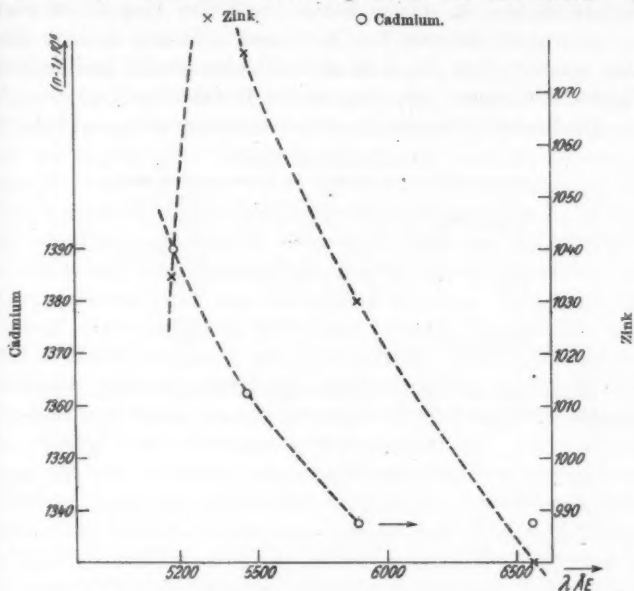


Fig. 7.

sind also nur drei Werte brauchbar und je nach der Auswahl unter den beiden zusammenfallenden liefern sie zwei verschiedene Kurven. Bei Benutzung der drei kurzwelligsten Messungen ergibt sich eine eingliedrige Formel mit $p = 2\frac{1}{2}$, $\lambda_0 = 1970$ Å.-E. Die Ionisierungsspannung liegt bei 1379 Å.-E. Außerdem sind Absorptionsbanden beobachtet²⁾ zwischen 3100 und 3700 Å.-E.

Bei Zink mußte nach den Werten der Brechungsindizes ein Absorptionsgebiet zwischen 5000 und 5400 Å.-E. angenommen werden. Ein solches wurde aber von Dobbie und Fox²⁾ nicht beobachtet. Es wurden zwar Absorptionstreifen gefunden, auf

1) C. Guthbertson und E. P. Metcalfe, a. a. O.

2) Dobbie und Fox, a. a. O.

Grund deren Dobbie und Fox auf das Vorhandensein von Molekülen im Zinkdampf schließen (im Gegensatz zu Quecksilber), aber diese liegen, wie bei Cadmium, zwischen 3200 und 3700 Å.-E. Es stellt sich also dieselbe Schwierigkeit ein wie bei Quecksilber: der Dispersionsverlauf deutet auf Anomalien hin an Stellen, an denen keine Absorption beobachtet wird. In Anbetracht der wenigen Messungen läßt sich deshalb hier noch weniger über den Einfluß der Resonanzlinien und anderer Eigenschwingungen aussagen als bei Quecksilber.

Die Lage der Resonanzlinien und Seriegrenzen zeigt Tab. 11.

Tabelle 11.

		$1S-2p_3$	2536 Å.-E.
Quecksilber .	{	$1S-2P$	1849 "
		$1S$	1188 "
	{	$1S-2p_3$	3076 "
Zink . . .		$1S-2P$	2139 "
		$1S$	1319 "
	{	$1S-2p_1$	3262 "
Cadmium . .		$1S-2P$	2288 "
		$1S$	1378 "

Resonanzlinie wie Ionisierungsspannung rücken also von Quecksilber über Zink zu Cadmium immer näher an das sichtbare Gebiet. Die Refraktion von Cadmium steigt andererseits am kurzwelligen Ende des Spektrums schnell¹⁾ an, Zink zeigt eine Anomalie im Grün und Quecksilber im Rot. Die unerklärlichen Anomalien rücken also um so weiter nach Seite größerer Wellenlängen, je ultravioletter Resonanzlinie und Seriegrenze sind, während man eher das umgekehrte Verhalten erwarten sollte, falls man annimmt, die Wentzelsche Formel habe bei den drei Dämpfen ihr Zwischengebiet mit stark veränderlichem $f(\nu_0, \nu)$ im sichtbaren Spektrum. Auf eine ähnliche Erscheinung bei den Edelgasen wurde bereits hingewiesen.

Zusammenfassung.

Die Dispersion der Edelgase Helium, Neon und Argon stellt sich durch eingliedrige Formeln dar, in die Eigenwellenlängen eingehen, die ultravioletter sind als die langwellige Grenze des Absorptionsspektrums. Ob diese aber als Schwerpunkt des kontinuierlichen Spektrums angesehen werden müssen, läßt sich an

1) Bei Cadmium ist, wie bereits gesagt, eine Absorptionsbande im Ultraviolett gemessen, der dieser Anstieg zuzuschreiben sein könnte.

Hand der drei Gase noch nicht entscheiden: Beim Helium sind die Messungen noch nicht genau genug, beim Neon ist das untersuchte Gebiet zu klein und beim Argon endlich, wo in beiden Beziehungen die Erfordernisse erfüllt sind, zeigt die Formel einen zwar kleinen aber doch deutlichen Gang gegen die Beobachtung.

Der Versuch, die Dispersion durch die Resonanzlinie allein zu erklären, führte zu keinem Ziel. Dagegen ließen sich bei Helium und Argon zweigliedrige Formeln finden, deren eine Eigenwellenlänge der Resonanzspannung entspricht. Diese Formeln zeigen *keine bessere und keine schlechtere Übereinstimmung als die eingliedrigen.* Maßgebend bestimmt wird die Dispersion dagegen auch in ihnen durch die andere Eigenwellenlänge, die ultravioletter ist als die Grenze des Absorptionsspektrums, so daß die zweigliedrigen Formeln, wenn auch nicht auf den alleinigen, so doch auf den überwiegenden Einfluß des Schwerpunkts des kontinuierlichen Spektrums hinzuweisen scheinen. Wie stark die Resonanzlinie hiergegen, besonders in den Formeln (2b) und (3b) zurückbleibt, zeigt am deutlichsten Tabelle 6. Es ist natürlich nicht ausgeschlossen, daß auch die andern Glieder der Absorptionsserie in eine Dispersionsformel eingehen könnten. Ihr Einfluß wäre aber verschwindend klein.

Die Zahl p der pro Atom wirksamen Elektronen nimmt von Neon zu Argon stark zu und weist auch von Argon über Krypton zu Xenon noch eine schwache Zunahme auf. Diese sowie die stärkere Krümmung, die die beiden in ihren Ergebnissen vollkommen übereinstimmenden Argonformeln gegen die Beobachtung zeigen, lassen die *Mitwirkung tieferer Niveaus* wahrscheinlich erscheinen. Die Termwerte solcher tieferen Niveaus sprechen in demselben Sinne.

Die Tatsache, daß die zweigliedrigen Formeln mit Einbeziehung der Wellenlänge der Resonanzlinie die Dispersion nicht besser darstellen können als die eingliedrigen, daß ferner die maßgebende Wellenlänge so weit im Ultraviolett liegt, läßt sich aber auch so deuten, daß die tatsächliche Dispersion eine Abweichung von der klassischen Formel zeigt, wie es die Theorie von Wentzel fordert. Nach ihr läßt sich der Brechungsindex folgendermaßen darstellen:

$$n - 1 = \frac{C}{f(\nu_0, \nu) - \nu^2}.$$

Hierbei hat die Funktion f folgende Eigenschaft: liegt ν nahe bei der Resonanzlinie ν_0 so ist $f(\nu_0, \nu) = \nu_0^2$ und man erhält die klassische Formel mit der richtigen Wellenlänge; dieser Fall liegt bei den erwähnten Messungen am Natriumdampf und Quecksilber (2536, Wood) vor. Mißt man dagegen bei $\nu \ll \nu_0$, was bei den drei Edelgasen zutrifft, so ist $f(\nu_0, \nu) = \nu_0'^2 > \nu_0^2$, und man hat die klassische Formel, aber mit einer kürzeren Eigenwellenlänge. Unsere eingliedrigen Dispersionsformeln wären dann dem Einfluß der Resonanzlinie allein zuzuschreiben, aber es stände in ihnen statt ν_0^2 eine Größe $\nu_0'^2 > \nu_0^2$. Da man ν_0' aus ν_0^2 noch nicht berechnen kann, läßt sich dies noch nicht prüfen. Die Abweichungen zwischen klassischer Formel und Messung könnten darauf zurückzuführen sein, daß im untersuchten Gebiet ν noch nicht klein genug ist und daß daher $f(\nu_0, \nu)$ noch nicht seinen Grenzwert $\nu_0'^2$ erreicht hat.

Eine ganzzahlige Beziehung zwischen den Brechungsindizes der Edelgase Helium, Neon, Argon, Krypton und Xenon, auf deren Bestehen im sichtbaren Gebiet Cuthbertson hingewiesen hat, bewährte sich sogar für unendlich lange Wellen, wo die Verhältnisse besonders einfach liegen. Die Genauigkeit ist hier noch größer (1,6 Proz.) als im Sichtbaren und Ultraviolett (4 Proz.).

Für die Dämpfe von Quecksilber, Cadmium und Zink konnten infolge zu weniger Dispersionsmessungen und des Auftretens unerklärlicher Anomalien¹⁾ keine bestimmten Formeln gewonnen werden. Doch scheinen sie sich ähnlich zu verhalten, wie die Edelgase. Besonders erstaunlich ist die *scheinbare Anomalie des Quecksilberdampfes* bei 7000 Å-E., trotzdem der Dampf dort keine Absorption zeigt und eventuell ein ähnliches Vorkommen bei Zink.

Weitere Beobachtungen an den Edelgasen und eine Kontrolle und Erweiterung der Messungen bei Metaldämpfen sowie ein Ausbau der Formel von Wentzel können erst eine definitive Entscheidung erhoffen lassen.

¹⁾ S. aber G. Wentzel a. a. O. S. 310, Anm. 2.

Anhang.

Ausführung der Rechnung auf Seite 86.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{I.} & n_1 = \frac{x}{x-b_1} + \frac{y}{c_1} & \left| \quad \frac{n_2}{c_2} - \frac{c_2}{n_2} \equiv m. \right. \\
 \text{II.} & n_2 = \frac{x}{x-b_2} + \frac{y}{c_2} & \left| \quad \frac{n_3}{c_3} - \frac{n_1}{c_3} \equiv n. \right. \\
 \text{III.} & n_3 = \frac{x}{x-b_3} + \frac{y}{c_3} & \left| \quad \frac{n_1}{c_3} - \frac{n_3}{c_1} \equiv p. \right.
 \end{array}$$

$$\text{Mult. und Add.: } 0 = x \left[\frac{1}{x-b_1} \cdot m + \frac{1}{x-b_2} n + \frac{1}{x-b_1} p \right].$$

Dabei ist gesetzt: b_i für v_i^2 ,
 c_i „ $(v_i^2 - v_i^2)$,
 n_i „ $(n_i - 1)$,
 x „ C_1 ,
 y „ C_2 ,
 z „ v_1^2 .

Die m , n und p sind der Determinante

$$\begin{vmatrix}
 n_1 \frac{1}{x-b_1} & c_1 \\
 n_2 \frac{1}{x-b_2} & c_2 \\
 n_3 \frac{1}{x-b_3} & c_3
 \end{vmatrix}$$

entnommen.

Weitere Durchführung der Rechnung ergibt:

$$\frac{m}{x-b_1} + \frac{n}{x-b_2} + \frac{p}{x-b_3} = 0.$$

$$(m+n+p)z^2 + z[m(b_2+b_3) + n(b_1+b_3) + p(b_1+b_2)] + [mb_2b_3 + nb_1b_3 + pb_1b_2] = 0.$$

$$(m+n+p) \equiv A; \quad [m(b_2+b_3) + n(b_1+b_3) + p(b_1+b_2)] \equiv B;$$

$$[mb_2b_3 + nb_1b_3 + pb_1b_2] \equiv D.$$

$$Az^2 - Bz = -D.$$

$$z = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AD}}{2A}.$$

München, Institut für theor. Physik, Dezember 1924.

(Eingegangen 4. Dezember 1924.)

7. Atomstrahlen.
Zur Nomenklatur;
von Walther Gerlach.

Vor Kurzem sind zwei Abhandlungen unter obenstehendem Titel erschienen: von Herrn C. G. Schmidt¹⁾ und vom Verfasser.²⁾

In letztgenannter Arbeit ist der Begriff „Atomstrahl“ in folgender Weise definiert:

Zwei halbkugelförmige Räume *A* und *B* Fig. 1a seien miteinander durch eine sehr enge scharfkantige Öffnung in der

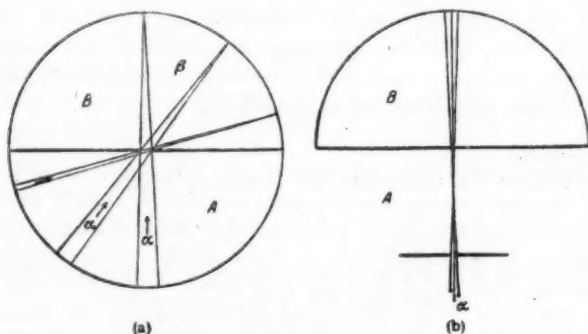


Fig. 1.

Mitte einer Trennungswand verbunden. Im Raume *A* befinden sich normale Atome oder Moleküle α in kleiner Konzentration. Im Raume *B* seien Moleküle β in so geringer Konzentration,

1) Ann. d. Phys. 75. S. 337. 1924.

2) Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften (Verlag Springer), Bd. III. 1924.

daß die freie Weglänge der β -Moleküle sehr groß gegenüber den Dimensionen des Raumes B ist. Dann werden nach den Grundvorstellungen der kinetischen Gastheorie Atome α aus A durch die Öffnung in den Raum B eintreten, mit einer Geschwindigkeit, welche nur von der Temperatur des Raumes A abhängig ist, und werden ohne irgendwelche Störungen im Raume B dessen Wände erreichen, an denen sie nicht reflektiert, sondern niedergeschlagen werden sollen. Die zeitliche Aufeinanderfolge der austretenden Atome soll so klein sein, daß trotz ihrer entsprechend der Maxwell'schen Verteilung verschiedenen Geschwindigkeit während des Laufes durch B keine Zusammenstöße zwischen den hintereinanderlaufenden α -Atomen eintreten. Die Niederschlagsdichte wird bei kleiner aber endlicher Öffnung entsprechend dem Cosinus-Gesetz von der Mitte der Halbkugel B nach den Rändern zu abnehmen. Werden statt der *einen* Öffnung mehrere in Abständen hintereinander gesetzt, Fig. 1b, so können nur noch die Atome die Wände B erreichen, welche in dem Öffnungswinkel der Blenden in die erste Blende eintreten. *Diese* — mit einer nur durch die geometrischen Dimensionen gegebenen Annäherung — *parallel fliegenden Molekeln bezeichnet man als Atom- oder Molekularstrahl*. Es besteht somit ein prinzipieller Unterschied zwischen dem so definierten Atomstrahl und dem Boltzmann'schen „*eindimensionalen Gas*“, indem ersterer wegen des vollständigen Fehlens von Zusammenstößen *keine* Gasqualitäten mehr hat.

Will man eine noch präzisere Unterscheidung vornehmen, so kann man von Atomstrahl oder Molekülstrahl sprechen, je nachdem die fliegenden Partikeln Atome oder Moleküle sind.

Herr C. G. Schmidt bezeichnet als Atomstrahlen von erhitzten Salzen ausgehende elektrisch geladene Teilchen, also *Ionen*. Mit Ionenemission oder Thermoionenemission bezeichnet man derartige Erscheinungen seit Elster und Geitel's grundlegenden Versuchen. Auch C. G. Schmidt spricht in der ganzen Abhandlung (ausgenommen die Überschrift) nur von Ionen. In besonderer Anordnung erzeugt und elektrisch beschleunigt sind es die von Gehrcke und Reichenstein untersuchten *Anodenstrahlen*.

Auch die im Kanalstrahlenstrom enthaltenen *ungeladenen*

Atome sollen — wie von W. Wien¹⁾ besonders betont — als *Kanalstrahlen* bezeichnet werden, auch wenn sie im höchsten Vakuum ohne gaskinetische Zusammenstöße fliegen.

Allen diesen materiellen Strahlungen fehlt eines oder beide Charakteristika der Atomstrahlen: Temperaturgeschwindigkeit und elektrische Neutralität.

Da jede wissenschaftliche Namensgebung auf einer Konvention beruht, schlägt der Verf. vor, *Atomstrahlen* nur für das erstgenannte Erscheinungsgebiet zu gebrauchen, die u. a. von C. G. Schmidt beschriebenen Phänomene *Ionenstrahlen* zu benennen.

1) „Kanalstrahlen“ im Handbuch der Radiologie. II. Aufl.

(Eingegangen 17. November 1924.)

als
en

de
nd

n-
is
on
u